

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Física

**OBJETOS ESTELARES COMPACTOS QUENTES E SEUS
ÍNDICES ADIABÁTICOS.**

Rudiney Hoffmann Casali

Orientadora
Profa. Dra. Débora Peres Menezes

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Física da
Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos
para obtenção do Título de Mestre em Física.

Florianópolis, agosto de 2008

OBJETOS ESTELARES COMPACTOS QUENTES E SEUS ÍNDICES ADIABÁTICOS.

Rudiney Hoffmann Casali

Essa Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **Mestre em Física**, na área de concentração **Física Nuclear** e aprovada em sua forma final pelo curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina.

Profa. Dr. Roberto Cid Fernandes.
(Coordenador do Curso)

Banca Examinadora

Profa. Dra. Débora Peres Menezes
(Orientadora - FSC UFSC)

Prof. Dr. Germán Lugones
(Universidade Federal do ABC)

Prof. Dr. Sidney dos Santos Avancini
(FSC-UFSC)

Prof. Dr. José Ricardo Marinelli
(FSC-UFSC)

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço à professora Débora, por ter aceitado o desafio e pela dedicação e paciência. Aos colegas do grupo de física nuclear, em especial a Rafael Cavagnoli e Marcelo Alloy, pela ajuda e disponibilidade. Agradeço aos professores e servidores pela dedicação e auxílio, aos amigos de graduação, da física ou de outros cursos que são tantos e tão importantes, pelos momentos de descontração e alegria.

À Clarice, pelo conforto de saber em quem confiar e pela preocupação com meu sucesso. Agradeço a meus pais Ermani e Mariza e a minha família, pelo apoio e dedicação que sempre me proporcionaram, e aos demais que estiveram ligados à realização desse projeto.

A meus pais, pilares do meu desenvolvimento.

Resumo

No presente trabalho temos por objetivo estudar e entender os índices adiabáticos de estrelas de nêutrons com formação hadrônica e quarkiônica, para duas condições possíveis, com e sem aprisionamento de neutrinos, e para três valores de entropia por bárion, $S = 0, 1, 2 \, k_B/\text{bárion}$. Para tanto, usamos o modelo de Walecka não linear para a descrição das estrelas hadrônicas, e o de sacola do MIT para a descrição das estrelas de quarks, ambos em temperaturas zero e finitas.

De posse das equações de estado (EOS) geramos gráficos para várias informações obtidas, entre elas, fração de partículas e temperaturas contra densidade bariônica, além das próprias EOS. Por fim, construímos e analisamos os gráficos de nosso objeto de estudos, o índice adiabático pela densidade bariônica e pela densidade de energia interna das estrelas.

Abstract

In the present work we have as our goal the study and understanding of the adiabatic index of neutron stars formed by hadronic or quarkionic matter, under two possible conditions, with and without trapped neutrinos, and for three values of entropy per baryon $S = 0, 1, 2 \, k_B/\text{baryon}$. We use the nonlinear Walecka model to describe the hadronic stars, and the MIT bag model to describe the quark stars, both at zero and finite temperature.

With the equations of state (EOS), we built graphics for the whole set of information obtained, among them, particle fractions and temperature versus baryonic density, besides the EOS. Finally, we have built and analyzed the graphics of our object of study, the adiabatic index versus the barionic density and versus the energy density of the stars.

SUMÁRIO

| | |
|---|------|
| Lista de Figuras | viii |
| Lista de Tabelas | x |
| 1 Introdução. | 1 |
| 2 Evolução Estelar. | 4 |
| 2.1 Explosão de Supernova. | 4 |
| 2.1.1 Proto-Estrela de Nêutrons. | 4 |
| 2.1.2 Pulsares. | 5 |
| 2.2 Estrelas de Nêutrons. | 6 |
| 2.2.1 Modelo Hadrônico. | 7 |
| 2.2.2 Densidade Lagrangiana. | 9 |
| 2.2.3 Equilíbrio químico e neutralidade de carga. | 12 |
| 2.3 Estrelas de Quarks. | 12 |
| 2.3.1 Modelo Quarkiônico. | 13 |
| 2.3.2 O Modelo de Sacola do MIT | 13 |
| 2.3.3 Densidade Lagrangiana do modelo de Sacola. | 14 |
| 2.3.4 Equilíbrio químico e neutralidade de carga. | 15 |
| 3 O índice Adiabático. | 17 |
| 3.1 Definição do índice adiabático para um gás ideal. | 17 |
| 3.2 Definição do índice adiabático para o caso geral. | 21 |
| 4 Índice adiabático nas estrelas de nêutrons. | 22 |
| 4.1 Fração de partículas. | 23 |
| 4.1.1 Estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos. | 23 |
| 4.1.2 Estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos. | 26 |
| 4.2 Índices adiabáticos | 29 |
| 4.2.1 Estrelas com entropia $S = 0 \, k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 29 |
| 4.2.2 Estrelas com entropia $S = 1 \, k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 31 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.2.3 | Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 33 |
| 5 | Índice Adiabático nas Estrelas Quarkônicas. | 35 |
| 5.0.4 | Estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos. | 36 |
| 5.0.5 | Estrela quarkônica sem aprisionamento de neutrinos. | 39 |
| 5.1 | Índices adiabáticos. | 42 |
| 5.1.1 | Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 42 |
| 5.1.2 | Estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 44 |
| 5.1.3 | Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. | 46 |
| 6 | Conclusões e Perspectivas. | 49 |
| | Referências | 51 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|--------------|--|----|
| Figura 2.1: | Ilustração de um pulsar. | 6 |
| Figura 4.1: | Equação de estado para estrelas hadrônicas. | 22 |
| Figura 4.2: | Temperaturas como função da densidade para estrelas hadrônicas. | 23 |
| Figura 4.3: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ | 24 |
| Figura 4.4: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ | 25 |
| Figura 4.5: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ | 26 |
| Figura 4.6: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ | 27 |
| Figura 4.7: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ | 28 |
| Figura 4.8: | Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ | 29 |
| Figura 4.9: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 30 |
| Figura 4.10: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 31 |
| Figura 4.11: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 32 |
| Figura 4.12: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 32 |
| Figura 4.13: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 33 |
| Figura 4.14: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 34 |
| Figura 5.1: | Equação de estado para estrelas quarkônicas. | 35 |
| Figura 5.2: | Temperaturas como função da densidade para estrelas quarkônicas. | 36 |
| Figura 5.3: | Fração de partículas para uma estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ | 37 |

| | | |
|--------------|--|----|
| Figura 5.4: | Fração de partículas para uma estrela quarkiônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ | 38 |
| Figura 5.5: | Fração de partículas para uma estrela quarkiônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ | 39 |
| Figura 5.6: | Fração de partículas para uma estrela quarkiônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ | 40 |
| Figura 5.7: | Fração de partículas para uma estrela quarkiônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ | 41 |
| Figura 5.8: | Fração de partículas para uma estrela quarkiônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ | 42 |
| Figura 5.9: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 43 |
| Figura 5.10: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 44 |
| Figura 5.11: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 45 |
| Figura 5.12: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 46 |
| Figura 5.13: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 47 |
| Figura 5.14: | Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento. | 48 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|-------------|---------------------------|----|
| Tabela 2.1: | Mésons da QHD. | 8 |
| Tabela 2.2: | Octeto bariônico. | 8 |
| Tabela 2.3: | Léptons. | 12 |
| Tabela 2.4: | Quarks. | 13 |

1 INTRODUÇÃO.

A evolução de uma estrela com massa entre $\approx 10 - 30$ massas solares (M_{\odot}) termina quando o material do núcleo, que foi fundido até se tornar ferro por uma série de reações nucleares durante toda sua vida, alcança o limite de massa de Chandrasekhar $M_{ch} = 1,22M_{\odot}$. Nesse ponto a pressão devida aos elétrons degenerados não pode mais contrabalançar a pressão gravitacional e a estrela se torna instável às oscilações radiais e por fim colapsa [1].

A captura de elétrons pelos prótons e a fotodesintegração do núcleo de ferro removem rapidamente fótons fazendo com que a pressão de radiação caia, e o colapso ocorra em milissegundos. O núcleo encolhe por um fator de ~ 1000 até o raio chegar a 100 Km , nesse ponto a densidade do centro tem a ordem daquela encontrada nos núcleos atômicos.

Para descrevermos melhor a matéria estelar, estabelecemos uma escala de densidades comparáveis com a densidade de saturação nuclear, para a qual, $\rho_0 = 3 \times 10^{14} \text{ gcm}^{-3} \equiv 0.16 \text{ bárions fm}^{-3}$, que é definida como a densidade onde a energia por nucleon de matéria nuclear infinita e simétrica tem seu valor mínimo.

Na parte interna do núcleo de ferro, a densidade supera a densidade de saturação nuclear devido ao colapso das camadas mais externas da estrela, assim, esse movimento de queda é revertido pela interação forte repulsiva nucleon-nucleon de curto alcance. Essa onda de choque revertida se choca com a matéria que ainda está colapsando para dentro do núcleo, causando sua ejeção. O que acontece após esse evento ainda é motivo de investigações, porém acredita-se que a onda de choque é anulada ao interagir com a matéria mais externa do núcleo, e é atravessada pelo fluxo de neutrinos provindos do seu interior.

O material mais externo é ejetado da estrela, dando origem a uma explosão de supernova. Nessa explosão, a radiação eletromagnética carrega cerca de $\approx 1\%$ da energia, enquanto que a radiação de neutrinos carrega os outros 99% ($\approx 10^{53} \text{ ergs}$) [2]. Após essa explosão, a densidade do núcleo remanescente é tal, que agora o denominamos estrela de nêutrons. e esse novo estágio na vida da estrela, que agora se encontra com densidade da ordem da densidade de saturação nuclear, o alvo de nossos estudos.

Devido às altas temperaturas iniciais desse volume de matéria, da ordem de $10^{10} - 10^{12} \text{ K} \equiv 1 - 100 \text{ MeV}$, os neutrinos se encontram aprisionados. Isso significa que seu livre caminho médio é muito pequeno quando comparado às dimensões do núcleo, o

que impede a captura de elétrons pelos prótons* e a fração[†] de prótons, fica estagnada em ≈ 0.3 [2].

Abaixo da densidade da matéria nuclear, os nucleons ainda se agrupam nos núcleos e se encontram sob equilíbrio com relação à força nuclear forte. Quando a estrela resfria até atingir temperaturas da ordem de $10^9 K \equiv 0.1 MeV$, causado pela perda de neutrinos, sua fração de prótons cai por volta de 0.1 à medida que o decaimento beta volta a acontecer. Supomos para a estrela um modelo de gás de Fermi, onde todas as partículas possuem energia abaixo do valor da energia de Fermi, a temperatura real da estrela é muito menor que a temperatura de Fermi correspondente para a energia de Fermi. Assim, podemos considerar a estrela em temperatura $T=0$.

O entendimento da natureza da matéria a densidades nucleares e superiores, tem sido o objetivo de muitos esforços de teóricos da área, com o intuito de suprir o modelos existentes para os colapsos de supernovas e estrelas de nêutrons com dados realísticos. Esses dados, normalmente, aparecem sob a forma de equações de estados, que descrevem a pressão da matéria como função da densidade e da temperatura $P = (\rho, T)$, e das quais, as propriedades mecânicas e termodinâmicas podem ser derivadas. Há duas formas de estudar esse tipo de matéria estelar, uma delas inclui a existência de componentes exóticos[‡] e a outra não.

A interação nuclear não pode ser completamente explicada a partir da *cromodinâmica quântica* (*QCD*) e os modelos desenvolvidos indiretamente a partir dessa corrente têm aplicabilidade limitada. Todos os modelos[§] utilizados têm caráter fenomenológico e se adaptam aos dados obtidos com o espalhamento nucleon-nucleon¶ [3]. Sua extrapolação para regimes com um número infinito de nucleons e uma fração de prótons ainda menor não possui base experimental, o que torna essa opção muito dependente e incerta. O mais próximo que podemos nos aproximar de criar sistemas de muitos nucleons e a densidades e temperaturas compatíveis com as encontradas em estrelas de nêutrons e supernovas reside nos aceleradores de íons pesados. Outro método para entendermos a matéria estelar, implica na adição de componentes exóticos à matéria nuclear à medida que as densidades e temperaturas aumentam. Muitos modelos incluem um ou mais deles. Entretanto, nosso conhecimento sobre o funcionamento das interações entre essas partículas e entre elas e os nucleons ainda é muito pequeno quando comparado ao que sabemos das interações nucleon-nucleon. Também vemos que os dados providos de laboratórios são escassos ou inexistentes, por isso muitos desses efeitos têm bases puramente teóricas.

Esperamos então que, embasados pela física nuclear, nossas observações detalhadas

*Processo inverso ao decaimento beta.

[†]Definida como $Y_p = \left(\frac{\rho_p}{\rho}\right)$ onde ρ_p é a densidade de prótons e ρ é a densidade bariônica total.

[‡]Componentes que podem aparecer na matéria estelar, tais como híperons (bárions com quarks estranhos), condensados mesônicos e a densidades maiores, matéria quarkônica.

[§]Sistemas com mais de 300 nucleons e fração de prótons por volta de 0,5.

¶Por possuírem massas muito próximas e diferirem basicamente apenas em suas cargas elétricas, usaremos esse termo para nos referenciarmos a prótons e nêutrons

de estrelas de nêutrons e supernovas, possam fornecer bases sólidas para a construção de modelos para a matéria estelar, a temperaturas finita e zero, e ainda possam fornecer informações que contribuam para nossos esforços em desenvolver modelos para entender tanto as interações nucleon-nucleon, quanto os fenômenos exóticos postulados pela teoria de interação forte.

Nessa dissertação, estudaremos estrelas de nêutrons com formação hadrônica e quarkiônica. Essas estrelas estarão condicionadas a duas possibilidades, com aprisionamento de neutrinos, que na prática ocorre por um período pequeno de tempo, e sem o aprisionamento, que é o estado estável dessas estrelas.

A contribuição deste trabalho está no cálculo dos índices adiabáticos desses corpos, para as duas possibilidades quanto ao aprisionamento dos neutrinos e para três valores possíveis de entropia. Para tanto, organizamos essa dissertação da seguinte forma: no capítulo 2 apresentamos a motivação teórica, onde descrevemos, brevemente, os estágios para a formação de uma estrela de nêutrons a partir de uma explosão de supernova e as condições necessárias para que essa seja formada por matéria hadrônica ou quarkiônica. Lá também apresentamos os modelos relativísticos utilizados para o tratamento das interações das partículas constituintes da matéria estelar, seja ela hádrons ou quarks, suas densidades lagrangianas e condições para o equilíbrio hidrostático.

No terceiro capítulo, introduzimos o conceito de índice adiabático aplicado às estrelas que consideramos. Nele, é possível encontrar a dedução termodinâmica desse índice, para os casos relativísticos ou não relativísticos. Apresentamos também, a equação utilizada em nossos cálculos.

No quarto capítulo, reservamos a apresentação e interpretação de nossos resultados, quanto ao cálculo dos comportamentos das equações de estado das estrelas, de suas temperaturas em relação às densidades, das frações de partículas e dos índices adiabáticos para estrelas com e sem aprisionamento de neutrinos para três valores possíveis de entropia.

No quinto capítulo, seguimos o mesmo procedimento descrito no quarto, porém agora, para as estrelas quarkiônicas. Na última seção dessa dissertação, apresentamos a conclusão, com nossas considerações finais e perspectivas futuras.

2 EVOLUÇÃO ESTELAR.

2.1 Explosão de Supernova.

Imagine uma explosão imensa, com luminosidade dez bilhões de vezes maior que a do Sol. Em 1957 os pesquisadores *F. Hoyle* e *W. Fowler* do Caltech, idealizaram uma estrela massiva que chega ao fim de sua vida evolutiva.

Quando o núcleo da estrela esgota todo seu combustível nuclear, acaba por colapsar sob a ação de sua própria força gravitacional, suas camadas caem em queda livre, e a energia desse colapso ejeta grande quantidade da massa da estrela. O colapso é tão forte que prótons e elétrons chegam a se combinar para formarem nêutrons [4].

Esse momento dramático que decreta a morte da estrela e libera no espaço a matéria residual da fusão nuclear com velocidade $\sim 10^3$ a 10^4 Km/s é conhecido como *explosão de supernova* [1]. O denso objeto remanescente dessa explosão poderá se transformar em uma *estrela de neutrons* ou num *buraco negro*.

A energia envolvida em tal explosão é de proporções monumentais. Estimando uma estrela de massa $M = 1M_{\odot}$ com raio aproximado de 100 Km , esta possuiria uma energia gravitacional de 10^{52} ergs^* e sua luminosidade[†] poderia ser vista a olho nu e perduraria por 600 dias [1].

2.1.1 Proto-Estrela de Nêutrons.

As proto-estrelas de nêutrons são as sobras dos colapsos gravitacionais de estrelas massivas. Esse é um estágio muito rápido na evolução da matéria estelar compacta, após momentos de reajuste térmico, estrutural e composicional quase-hidrostáticos cujo resultado acredita-se ser uma estrela de nêutrons [5, 6]. Nos primórdios de sua evolução, uma estrela desse tipo, com entropia por bárion da ordem de 1 a $2 k_B/\text{bárion}^{\ddagger}$, aprisiona neutrinos em seu interior [7]. Após um tempo, que pode variar entre 10 e 20 segundos, a estrela se estabiliza e a temperatura cai para 10^{10} K (1 MeV). A partir daqui, como se trata de um sistema degenerado, podemos começar a encará-la como estando a $T = 0$. Ao fim desse processo, os neutrinos começam a escapar.

* $1 \text{ erg} = 6,242 \times 10^5 \text{ MeV}$

[†]A luminosidade é uma medida da energia emitida pela estrela por unidade de tempo. Para o sol essa grandeza vale $L_{\odot} = 3,9 \times 10^{33} \text{ ergs/s} = 2,44 \times 10^{39} \text{ MeV/s}$

[‡]Constante de Boltzmann $k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$

2.1.2 Pulsares.

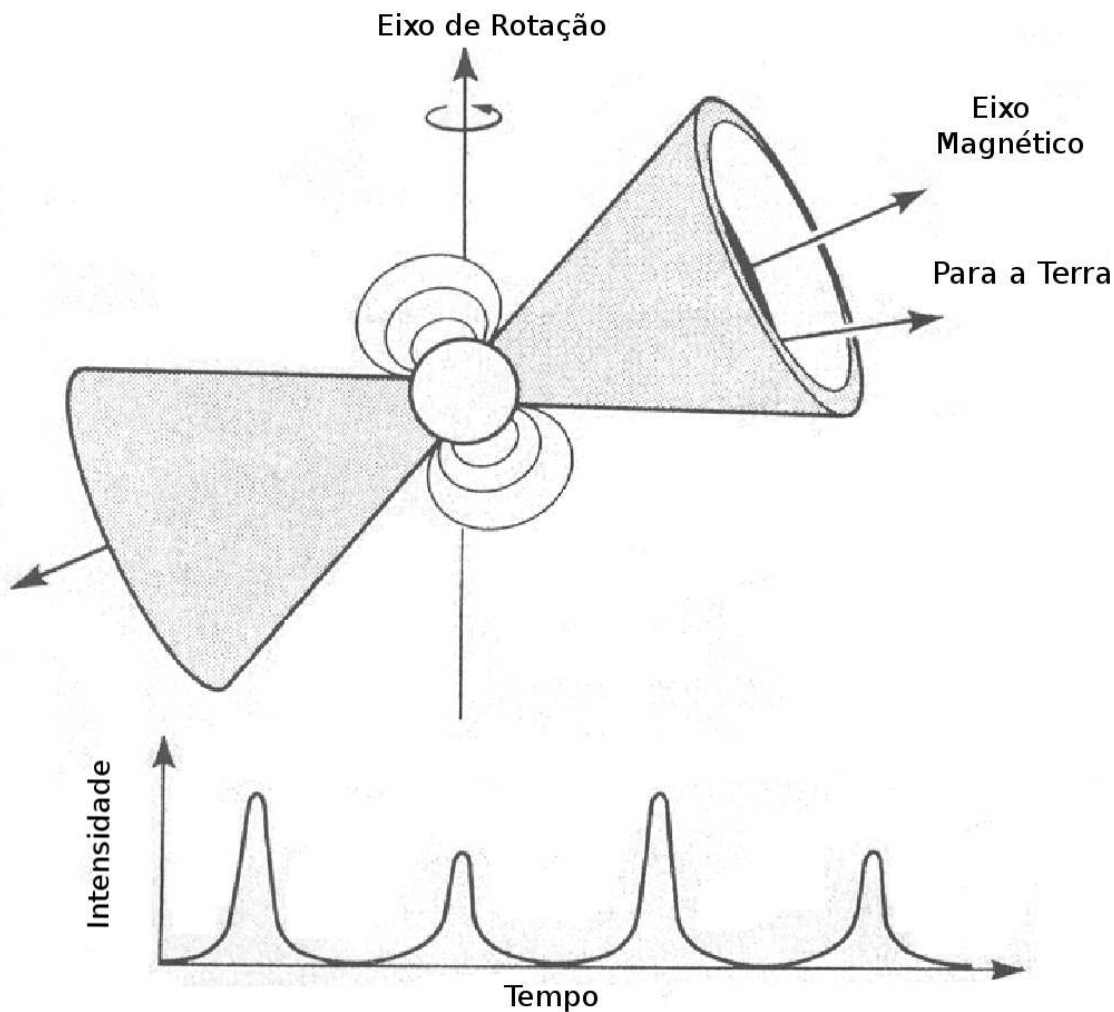
A existência de estrelas em equilíbrio estável, mais densas que anãs brancas foi prevista por muitos cientistas. Esses corpos se formariam após a explosão de uma supernova e girariam rapidamente, alguns deles sujeitos a grandes campos magnéticos [8].

Pulsares são estrelas de neutrons girantes e altamente magnetizadas que emitem pulsos de radiação com períodos muito curtos, da ordem de 3 a $10^{-3}s$. Eles foram descobertos em 1967 por *A. Hewish e J. Bell* [9], que primeiramente pensaram se tratar de uma fonte alienígena, mas após algumas observações concluíram que os sinais só poderiam ter origem em uma fonte extremamente compacta. Essa descoberta rendeu à *Hewish* o prêmio Nobel de 1974 [1].

Um raio eletromagnético é emitido ao longo do eixo magnético, com uma abertura angular tipicamente de dez graus. Se houver uma separação angular entre os eixos de rotação e magnético, o pulsar será análogo a um farol, e a radiação emitida formará um cone. Caso estejamos dentro desse cone e o pulsar não se encontre muito distante, poderemos observá-lo como uma fonte pulsante [2].

A faixa de frequências alcançadas pelos pulsares, como por exemplo a do pulsar do caranguejo, o mais conhecido, pode variar entre rádio, ótico, X e γ . Porém a maioria, incluindo os que possuem períodos de milisegundos, emitem pulsos somente na faixa do rádio [1].

Abaixo, na figura (2.1), temos a ilustração de um pulsar:



Pulsar, com seu cone magnético, eixo de rotação e gráfico da intensidade de sinal recebido em função do tempo [10].

Figura 2.1: Ilustração de um pulsar.

Há duas possibilidades para os pulsares, serem constituídos de hádrons (estrela de nêutrons/hadrônica) ou de quarks (estrela quarkônica).

2.2 Estrelas de Nêutrons.

No ano de 1932, logo após *Chadwick* ter descoberto o nêutron, os físicos *W. Baade* e *F. Zwicky*, conceberam a noção de estrela de nêutrons [2].

Como vimos anteriormente, as estrelas de nêutrons são as sobras da explosão de supernovas. Na verdade se resumem ao caroço, formado basicamente por nêutrons, com uma densidade aproximadamente igual a dos núcleos ordinários $\sim 2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$.

Esse remanescente morto do que antes era uma estrela ativa, possui massa menor que o limite de *Oppenheimer-Volkoff*. Se a massa do caroço for superior a essa massa-limite $M = 1,44 M_{\odot}$, a pressão gravitacional será tão grande que não poderá ser contrabalançada

pela pressão interna do gás de fermi e o caroço continuará seu processo de colapso, para tal caso o núcleo está fadado a se tornar um buraco negro[§]. Todavia no caso das estrelas de nêutrons, a pressão interna do gás pode interromper o processo de contração do caroço, o que configura uma condição de estabilidade para a estrela [1].

Em 1939, os físicos *R. Oppenheimer e G. Volkoff* estabeleceram os estados estacionários de uma estrela de nêutrons [2], admitindo que a estrela fosse formada unicamente por um gás ideal de nêutrons (sem prótons nem elétrons), ao aplicarem a equação de equilíbrio hidrostático da relatividade geral [11].

Oppenheimer e Volkoff admitiram que esse equilíbrio só pode acontecer se a massa do caroço for menor que $1,44 M_{\odot}$ [1] e que ao fim de um período de evolução, a estrela já fria, atinja o equilíbrio químico, com neutralidade de carga e igualdade dos potenciais químicos das partículas criadas [12].

2.2.1 Modelo Hadrônico.

Em sua formação, uma estrela de nêutrons é composta basicamente de bárions, formados pela combinação de três quarks (qqq), interagindo pela troca de mésons, formados por um par quark-antiquark ($q\bar{q}$). Por sentirem a ação da força nuclear forte, esses dois tipos de partículas são denominados hádrons [13].

Porém, não é a força nuclear forte que mantém a estrela unida, mas sim a gravitacional, que é a força de ligação de grandes objetos. A energia de ligação por nucleon devido a gravidade é da ordem de $160 \text{ MeV}/A$ em comparação com a energia de ligação da matéria nuclear na densidade de saturação, que é de $16 \text{ MeV}/A$ [4].

No ano de 1974, um modelo quântico relativístico foi proposto por *John Dirk Walecka* para tratar um sistema de muitos corpos, o QHD (*Quantum Hadrodynamics*). Nele consideramos que os nucleons não possuem estrutura interna, e dessa forma, são vistos como partículas fundamentais. A interação entre nucleons é descrita pelo acoplamento dos campos dos nucleons com os campos dos mésons e para isso é preciso incluir os graus de liberdade dos bárions e mésons.

Na versão mais simples desse modelo, admite-se apenas os mésons ω e σ , que por possuírem isospin zero, não fazem distinção entre prótons e nêutrons. O méson σ é responsável pela atração na força nuclear, enquanto o méson ω é responsável pela repulsão na força nuclear, a pequenas distâncias.

A segunda versão do QHD, ao contrário da primeira, leva em consideração as interações próton-nêutron. Para isso, deve-se incluir o méson ρ , que permite a descrição da matéria assimétrica. Esse é o méson responsável pela correção no valor da energia de simetria do primeiro modelo.

Na tabela (2.1) abaixo, podemos ver os mésons responsáveis pela interação dos bárions no modelo da hadrodinâmica quântica:

[§]Porém, com argumentos de relatividade geral, esse limite pode ser de $3,6 M_{\odot}$.

| Campos | Spin | Isospin | Partículas | Massa |
|----------|---------------|---------------|----------------------------|----------|
| Ψ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Nucleon | m_B |
| σ | 0 | 0 | Méson escalar-isoescalar | m_s |
| ω | 1 | 0 | Méson vetorial-isoescalar | m_v |
| ρ | 1 | 1 | Méson vetorial-isovetorial | m_ρ |

Tabela 2.1: Mésons da QHD.

E na tabela (2.2) abaixo, mostramos os bárions e híperons, que formam o octeto bariônico [14], constituintes da matéria estelar.

| Bárions | M (MeV) | Carga (e^-) | \vec{J}_s | $\vec{\tau}$ | τ_3 | S | Vida(s) |
|------------|---------|-----------------|-------------|--------------|----------|----|------------------------|
| p | 938.280 | +1 | 1/2 | 1/2 | +1/2 | 0 | ∞ |
| n | 939.573 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 0 | 900 |
| Λ | 1115.6 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | -1 | $2,63 \times 10^{-10}$ |
| Σ^+ | 1189.4 | +1 | 1/2 | 1 | +1 | -1 | 0.80×10^{-10} |
| Σ^0 | 1192.5 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | -1 | 6×10^{-20} |
| Σ^- | 1197.3 | -1 | 1/2 | 1 | -1 | -1 | 1.48×10^{-10} |
| Ξ^0 | 1314.9 | 0 | 1/2 | 1/2 | +1/2 | -2 | 2.90×10^{-10} |
| Ξ^- | 1321.3 | -1 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | -2 | 1.64×10^{-10} |

\vec{J}_s -spin; $\vec{\tau}$ -isospin; τ_3 - 3ª componente do isospin; S- estranheza.

Tabela 2.2: Octeto bariônico.

Para nosso trabalho, escolhemos utilizar o modelo de Walecka não linear (*NLWM*) para descrever a matéria hadrônica a temperaturas finitas. Incluímos o octeto bariônico e os léptons mais leves, considerando a neutralidade de cargas e o equilíbrio beta.

A aplicação da equação de Euler-Lagrange à lagrangiana nos fornece as equações de movimento que, por sua vez, após a aplicação da teoria de campo médio, nos fornece as expressões para as densidades de energia e pressão. São essas, nossas principais ferramentas para o cálculo dos índices adiabáticos.

Com o estudo das equações de estado, podemos entender a estrutura de estrelas compactas. Estas são caracterizadas por seu raio e sua massa, duas informações que podem ser obtidas com o uso das equações de *Oppenheimer-Volkoff*, ou (*TOV*), dadas por:

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \varepsilon(r) r^2 dr, \quad (2.1)$$

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{[p(r) + \varepsilon(r)] [M(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r [r - 2M(r)]}. \quad (2.2)$$

Essas equações de equilíbrio hidrostático foram derivadas pelos físicos R. Oppenheimer e G. Volkoff utilizando a relatividade geral e considerando estrelas estáticas e esféricamente simétricas [2].

2.2.2 Densidade Lagrangiana.

Usaremos a densidade lagrangiana para o octeto bariônico e para os léptons mais leves, pois essas partículas são esperadas, para que haja equilíbrio beta, nos altos valores de densidade e temperatura encontrados nas estrelas de nêutrons.

Abaixo, apresentamos a lagrangiana escolhida para nosso trabalho [11]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{WNL} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{vB}V^\mu - \frac{g_{\rho B}}{2} \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu \right) - M_B^* \right] \psi_B + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) \\
 & - \frac{1}{3!} k \phi^3 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu + \frac{1}{4!} \xi g_v^4 (V_\mu V^\mu)^2 - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} \\
 & + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu + \sum_{l=e^-, \mu^-} \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l,
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

onde as constantes de acoplamento entre os bárions do octeto e os mésons são dadas por:

$$\begin{aligned}
 g_{vB} &= \chi_v g_v \\
 g_{\rho B} &= \chi_\rho g_\rho \\
 g_{sB} &= \chi_s g_s
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Como parâmetros, escolhemos $g_s^2/m_s^2 = 11.79 \text{ fm}^2$, $g_v^2/m_v^2 = 7.148 \text{ fm}^2$, $g_\rho^2/m_\rho^2 = 4.410 \text{ fm}^2$, $k/M = 4.1684$, $\lambda = -41.3685$ e $\xi = 0$, para os quais, a energia de ligação é de -16.3 MeV e a uma densidade de saturação de $\rho_0 = 0.153 \text{ fm}^{-1}$, o coeficiente de simetria vale 32.5 MeV e o módulo de compressão vale 300 MeV .

Para as constantes de acoplamento usaremos o valor de $\chi_s = 0.7$ e $\chi_v = \chi_\rho = 0.783$ para os híperons como é sugerido em [7] e para os nucleons usamos $\chi_s = \chi_v = \chi_\rho = 1$. $M_B^* = (M_B - g_{sB}\phi) = 0.70 M$ representa a massa efetiva de cada bárion considerado e m_s , m_v e m_ρ são as massas dos mésons.

Embora as densidades limites para a aparição de híperons sejam sensíveis às constantes de acoplamento entre os híperons [15], os valores mais altos para a entropia encontrados durante a evolução prematura da estrela, geralmente resultam em frações de híperons maiores quando comparadas àquelas no caso de matéria à temperatura zero. Em simulações numéricas percebeu-se que o valor máximo para a entropia deveria ser o de $S = 2 k_B/\text{bárion}$, pois valores maiores resultam em temperaturas mais altas que não correspondem à realidade. [16].

As Equações de movimento obtidas por meio da aplicação da equação de Euler-lagrange:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \tag{2.5}$$

à equação (2.3), devem ser submetidas à "aproximação de campo médio".

O conceito de "teoria de campo médio" ou "*mean field theory*" (MFT) diz que, quando a densidade de bárions aumenta, de tal modo que o número de pacotes de energia trocados entre os núcleos for intenso o suficiente para que possamos desprezar as flutuações quânticas, os campos mesônicos passam a se comportar como campos clássicos. Dessa forma, os núcleons movem-se como partículas independentes que interagem através de um campo médio comum a todos. Assim, o problema, que era de muitos, reduz-se ao problema de um corpo sob a ação de um potencial efetivo.

Esses campos médios não dependem do espaço-tempo, apenas da densidade bariônica. De modo que, considerando simetria esférica, não pode haver direção preferencial na matéria bariônica, ou seja, o espaço é isotrópico. Então para que haja simetria por translação e rotação, devemos remover os componentes vetoriais dos campos V e \mathbf{b} [17].

Após a aplicação do formalismo de Euler-lagrange, da obtenção das equações de movimento para os núcleons e para os mésons e da substituição dos campos mesônicos por seus valores médios [18]:

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \langle \phi \rangle \equiv \phi_0, \\ V^\mu &\rightarrow \langle V^\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} V_0, \\ b^\mu &\rightarrow \langle b^\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} b_0.\end{aligned}$$

As equações de movimento ficam:

$$\phi_0 = -\frac{k}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \sum_B \frac{g_s}{m_s^2}\chi_{sB}\rho_{sB}, \quad (2.6)$$

$$V_0 = -\frac{\xi}{6m_v^2}g_v^4(V_0)^3 + \sum_B \frac{g_v}{m_v^2}\chi_{vB}\rho_B, \quad (2.7)$$

$$b_0 = \sum_B \frac{g_\rho}{m_\rho^2}\chi_{\rho B}\tau_{3B}\rho_B, \quad (2.8)$$

onde:

$$\rho_{sB} = \frac{1}{2\pi} \int p^2 dp \frac{M_B^*}{\epsilon} [f_{B+} + f_{B-}], \quad (2.9)$$

e

$$\rho_B = \frac{1}{2\pi} \int p^2 dp [f_{B+} - f_{B-}]. \quad (2.10)$$

A função distribuição para os bárions é:

$$f_{B\pm} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon_B \mp \nu_{B0})/T]}}, \quad (2.11)$$

e os valores de ϵ_B e ν_{B0} são:

$$\epsilon_B = \sqrt{p^2 + M_B^*} \quad (2.12)$$

$$\nu_{B0} = \mu_B - g_{\nu B}V_0 - g_{\rho B}\tau_{3B}b_0.$$

Com elas, podemos encontrar os valores das expressões para a densidade de energia ε e a pressão \mathcal{P} do modelo hadrônico [2]:

$$\begin{aligned}\varepsilon = & \frac{1}{2\pi^2} \sum_B \int p^2 dp \sqrt{p^2 + M_B^{*2}} (f_{B+} + f_{B-}) + \varepsilon_l \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{8} \xi g_v^4 V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4,\end{aligned}\quad (2.13)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P} = & \frac{\gamma}{3\pi^2} \sum_B \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M_B^{*2}}} (f_{B+} + f_{B-}) + \mathcal{P}_l \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4.\end{aligned}\quad (2.14)$$

Onde o termo da densidade de energia dos léptons é dado por:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{2\pi^2} \sum_l \int p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} (f_{l-} + f_{l+}), \quad (2.15)$$

e o termo responsável pela pressão dos léptons é:

$$\mathcal{P}_l = \frac{1}{6\pi^2} \sum_l \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} (f_{l-} + f_{l+}). \quad (2.16)$$

O potencial termodinâmico é dado por:

$$\Omega = E - TS - \sum_i \mu_i \beta_i = -\mathcal{P}V, \quad (2.17)$$

onde μ_i e β_i são o potencial químico e o número bariônico da partícula i .

Potencial termodinâmico pode também ser escrito como:

$$-\mathcal{P}V = E - TS - \sum_i \mu_i \beta_i. \quad (2.18)$$

Se dividirmos os dois lados da equação acima pelo volume V , temos:

$$-\mathcal{P} = \varepsilon - Ts - \sum_i \mu_i \rho_i, \quad (2.19)$$

e a expressão da entropia é dada por:

$$s = \frac{1}{T} \left(\mathcal{P} + \varepsilon - \sum_i \mu_i \rho_i \right) \quad (2.20)$$

A função distribuição para os léptons é:

$$f_{l\pm} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon_l \mp \mu_l)/T]}}, \quad (2.21)$$

onde μ_l é o potencial químico dos léptons e onde:

$$\epsilon_l = \sqrt{p_l^2 + m_l^2}. \quad (2.22)$$

2.2.3 Equilíbrio químico e neutralidade de carga.

A condição de equilíbrio químico imposta para o modelo hadrônico implica que os potenciais químicos dos elementos constituintes do octeto bariônico devem se anular com os potenciais dos léptons envolvidos da seguinte forma:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_{e^-} + \mu_{\bar{\nu}_{e^-}}.$$

O termo com o potencial químico do neutrino se refere a um estágio inicial da estrela de nêutrons, quando aqueles ainda estão aprisionados em seu interior. Após este estágio temos apenas:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_{e^-}.$$

A partir do momento em que aparecem, esse equilíbrio também se dá para os elementos do octeto bariônico [11]:

$$\mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Lambda} = \mu_n,$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-},$$

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_p = \mu_n - \mu_{e^-},$$

$$\mu_{\mu^-} = \mu_{e^-}. \quad (2.23)$$

A neutralidade de cargas, implica no fato de que a soma das densidades das partículas com carga positiva, deve ser igual à soma das densidades das partículas negativas:

$$\sum_i q_i \rho_i = \rho_{l^-} + \rho_{\mu^-} \quad (2.24)$$

| Lépton | M (MeV) | Carga (e^-) | Tempo de Vida(s) |
|-----------|----------|-----------------|------------------------|
| e^- | 0.511003 | -1 | ∞ |
| ν_e | 0 | 0 | ∞ |
| μ | 105.659 | -1 | $2,197 \times 10^{-6}$ |
| ν_μ | 0 | 0 | ∞ |

Spin= $\frac{1}{2}$

Tabela 2.3: Léptons.

2.3 Estrelas de Quarks.

As afirmações sobre as estrelas de quarks, levam em consideração a *hipótese da matéria estranha*, concebida independentemente por A. R. Bodmer [19] e por E. Witten [20]. Sempre assumimos que o estado fundamental da matéria hadrônica é aquele onde

quarks são mantidos confinados em hádrons individuais. Porém, de acordo com a hipótese da matéria estranha, o verdadeiro e absoluto estado fundamental das interações fortes é aquele onde os quarks se encontram desconfinados, consistindo em uma proporção aproximadamente igual de quarks up (u), down (d) e strange (s). A matéria em tal estado é chamada de matéria estranha [2].

Segundo a hipótese da matéria estranha, em regiões de uma estrela de nêutrons com altas densidades os quarks que compõem os nêutrons e prótons podem estar desconfinados [4], formando uma estrela de quarks.

Desse modo, sob o ponto de vista da hipótese da matéria estranha, o interior das estrelas de nêutrons seria predominantemente composto por quarks u, d, s além dos léptons que assegurariam a neutralidade de carga [21].

2.3.1 Modelo Quarkiônico.

O modelo quarkiônico para descrever a matéria hadrônica foi proposto em 1964, por *Murray Gell-Mann* e, de forma independente por *George Zweig* [22].

A idéia é que os hádrons são compostos por três quarks e os músons por um par quark/anti-quark, que seriam as três partículas mais elementares da matéria. O primeiro modelo para essa teoria trazia três tipos de quarks e classificava-os como sendo os *sabores* u (*up*), d (*down*) e s (*strange*).

Na tabela (2.4) abaixo, apresentamos os quarks e suas principais propriedades.

| Sabor | Massa(MeV) | Carga | isospin | s | c | b | t |
|-------|------------|-------|---------|----|---|---|---|
| u | 5.5 | 2/3 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| d | 7 | -1/3 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| s | 150 | -1/3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| c | 1500 | 2/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| b | 5000 | -1/3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| t | > 100000 | 2/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Os quarks e suas massas, cargas, projeções de isospin, *strangeness*, *charm*, *bottomness* e *topness*.

Tabela 2.4: Quarks.

2.3.2 O Modelo de Sacola do MIT

A lagrangiana da *cromodinâmica quântica* (QCD) não possui solução analítica, apenas numérica com cálculos em uma rede e mesmo assim, apenas sob condições que não são relevantes para a matéria fria das estrelas de nêutrons. A solução, mesmo que numérica, só seria útil se fornecesse o potencial químico, a população de quarks, assim como a pressão como função da densidade de energia para matéria com carga neutra [2].

O uso de um modelo efetivo, nos permite fazer os cálculos de forma relativamente simples. Escolhemos então o modelo de sacola do *MIT*.

Esse modelo foi criado no início da década de 70, no *MIT*, sigla em inglês de *Instituto de Tecnologia de Massachusetts*, para tentar explicar a massa hadrônica em termos de seus quarks constituintes. Basicamente o modelo fala de uma região do espaço capaz de conter campos hadrônicos. Essa região demanda uma energia potencial constante e positiva por unidade de volume, denominada *constante de sacola* B para criar e manter essa região no vácuo [23]. É essa a região, que confina os quarks, e que dá o nome de sacola ao modelo. A energia associada à presença de um único quark em um volume V será então BV . O quark em movimento nesse volume possuirá também uma energia cinética associada [2].

Assume-se que os quarks podem se mover livremente nessa cavidade, com a condição de contorno de que nenhuma corrente cruza a superfície que a limita. Podemos assumir que os quarks contidos no volume considerado se comportam como um gás de Férmi e a sua energia associada às condições de superfície não é relevante quando comparada às outras energias contidas no interior da sacola. Assim percebemos que a densidade de energia e a pressão da matéria quarkônica será constituída de duas formas, a contribuição do confinamento da sacola e a energia cinética dos quarks.

O valor da *constante de sacola* B que usamos a seguir e que pode dar conta da massa hadrônica para o modelo mais simples é $B^{1/4} = 150 \text{ MeV}$ [24].

2.3.3 Densidade Lagrangiana do modelo de Sacola.

O modelo de sacola do MIT é muito usado para descrever a matéria de quarks, e em sua forma mais simples, considera-se que os quarks estejam livres dentro de uma sacola. As propriedades termodinâmicas assim como densidade de energia e pressão podem ser derivadas de um modelo de gás de Fermi [24].

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (\not{\epsilon} \gamma_{\mu} \partial^{\mu} - m_q) \psi + \sum_{l=e^-, \mu^-} \bar{\psi}_l (\not{\epsilon} \gamma_{\mu} \partial^{\mu} - m_l) \psi_l \quad (2.25)$$

A partir da lagrangiana, aplicamos os mesmos métodos descritos para o modelo hadrônico, usamos a equação (2.5) e a teoria de campo médio para encontrar as equações de movimento e assim as expressões para a densidade de energia e a pressão, a contribuição dos quarks pode ser vista abaixo:

$$\varepsilon_q = 3 \times 2 \sum_{q=u,d,s} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sqrt{p^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + Bag, \quad (2.26)$$

$$\mathcal{P}_q = \frac{3 \times 2}{3} \sum_{q=u,d,s} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) - Bag, \quad (2.27)$$

onde o valor 3 representa o número de cores, 2 representa a degenerescência de spin, m_q é a massa de cada quark e o termo Bag representa a pressão da sacola.

A função distribuição dos léptons é a mesma encontrada na equação (2.21) para o modelo hadrônico.

Já a contribuição dos léptons à densidade de energia fica:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{2\pi^2} \sum_l \int p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} (f_{l-} + f_{l+}), \quad (2.28)$$

e à pressão fica:

$$\mathcal{P}_l = \frac{1}{6\pi^2} \sum_l \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} (f_{l-} + f_{l+}) \quad (2.29)$$

De forma que podemos escrever a densidade de energia e a pressão para o modelo de sacola como:

$$\varepsilon = \varepsilon_q + \varepsilon_l, \quad (2.30)$$

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_q + \mathcal{P}_l. \quad (2.31)$$

As densidades dos quarks são dadas por:

$$\rho_q = \frac{2 \times 3}{3} \int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} [f_{q+} - f_{q-}], \quad (2.32)$$

e as funções distribuição dos quarks e anti-quarks são dadas pela distribuição de Fermi:

$$f_{q\pm} = \frac{1}{(1 + e^{[(\epsilon \mp \mu_q)/T]})}, \quad (2.33)$$

com μ_q ou $(-\mu_q)$, sendo os valores dos potenciais químicos dos quarks ou (anti-quarks) de tipo q. Usamos $m_u = m_d = 5,5 \text{ MeV}$, $m_s = 150,0 \text{ MeV}$, $B_{\text{ag}} = (150 \text{ MeV})^4$ e $\epsilon = \sqrt{p^2 + m_q^2}$.

Escolhemos essas equações, pois se aplicam a temperaturas diferentes de zero. Para o caso onde $T = 0$, não há anti-partículas e as funções de distribuição se tornam as usuais funções degrau [24].

2.3.4 Equilíbrio químico e neutralidade de carga.

Ao trabalharmos com estrelas, devemos considerar o fato de estas possuírem neutralidade de carga e equilíbrio químico. Isto significa que elas são formadas por uma mistura de partículas a uma certa temperatura (efetivamente zero para uma estrela de nêutrons estável). Dessa forma, qualquer que seja o valor da densidade dessas partículas, a estrela se encontra no mais baixo estado de energia [2].

Consideraremos dois cenários, o primeiro, quando ainda há neutrinos aprisionados no interior da estrela, e o segundo, quando a fuga dos neutrinos acontece. No estado final, a entropia é máxima e os neutrinos já escaparam, assim podemos considerar o potencial químico dos neutrinos como zero.

As relações entre os potenciais químicos das diferentes partículas são:

$$\mu_s = \mu_d = \mu_{u-} + \mu_{e-},$$

$$\mu_{e-} = \mu_{\mu-}.$$

E para a neutralidade de cargas temos:

$$\sum_f q_f \rho_f = \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-}, \quad (2.34)$$

onde a densidade de léptons será:

$$\rho_l = g_l \int \frac{d^3 p}{(2\pi^3)} (f_{l+} - f_{l-}), \quad (2.35)$$

com a multiplicidade de spin $g_l = 2$ para os léptons.

3 O ÍNDICE ADIABÁTICO.

Um importante parâmetro para o estudo da estabilidade das estrelas é o índice adiabático Γ . Na teoria clássica, ele está relacionado com os calores específicos a volume constante e a pressão constante e expressa as relações de estabilidade hidrostática de um sistema [25].

Para estrelas, a estabilidade está relacionada com o valor do índice adiabático no seu interior. Assim, nosso principal objetivo nesse trabalho foi o cálculo dos índices adiabáticos de estrelas hadrônicas e quarkiônicas com e sem aprisionamento de neutrinos, e a partir deles estudar suas estabilidades. Isso pode ser feito quando, usando as equações de estado, encontramos os valores da densidade de energia ϵ e pressão p das estrelas analisadas.

Nesta seção apresentaremos a dedução do índice adiabático, e sua aplicação às estrelas hadrônicas e de quarks.

3.1 Definição do índice adiabático para um gás ideal.

Vamos tomar um número n de moles de um gás ideal sob uma pressão p e temperatura T , preso em um recipiente de volume fixo. Ao receber uma certa quantidade de calor Q , a temperatura do gás aumenta para um valor $T + \Delta T$ e sua pressão também aumenta, para um valor $p + \Delta p$.

O calor adicionado ao recipiente pode então ser descrito em termos do calor específico da seguinte forma:

$$Q = nc_v \Delta T, \quad (3.1)$$

onde c_v é o *calor específico molar a volume constante*.

Se tomarmos a primeira lei da termodinâmica, definida por:

$$\Delta E = Q - W \quad (3.2)$$

onde ΔE é a variação de energia interna do sistema, Q é, como já foi dito, o calor fornecido ao sistema e W o trabalho realizado pelo ou sobre o sistema. Ao aplicarmos a equação (3.1) em (3.2), temos:

$$\Delta E = nc_v \Delta T - W. \quad (3.3)$$

Ao mantermos o volume constante, o sistema não realiza trabalho e dessa forma temos $W = 0$. Isso nos fornece a expressão para o calor específico a volume constante:

$$c_v = \frac{1}{n} \frac{\Delta E}{\Delta T}. \quad (3.4)$$

Essa equação mostra como a energia interna E de um gás ideal confinado varia dependendo apenas da variação de temperatura no sistema.

Agora manteremos a pressão constante enquanto o gás ideal recebe uma quantidade Q de calor e tem sua temperatura aumentada em um valor δT . O valor dessa quantidade de calor Q pode ser descrito por:

$$Q = nc_p \Delta T, \quad (3.5)$$

onde c_p é o *calor específico molar a pressão constante*.

Para que possamos relacionar as duas grandezas precisamos retomar a primeira lei da termodinâmica mostrada em (3.2). Substituímos então o valor de ΔE por seu valor encontrado na equação (3.3). A seguir tomamos o valor de Q expresso em (3.5) e finalmente para o lugar do trabalho W , como tratamos de um processo isobárico, aplicamos $W = p\Delta V$, que pela equação de estado dos gases ideais pode também ser escrito como $W = n\mathcal{R}\Delta T$. Onde \mathcal{R} é a constante dos gases ideais. Isso nos deixaria com:

$$nc_v \Delta T = nc_p \Delta T - n\mathcal{R} \Delta T.$$

Se dividirmos os dois lados da equação por $n\Delta T$ ficamos com:

$$c_v = c_p - \mathcal{R}. \quad (3.6)$$

Para definirmos o índice adiabático faremos algumas considerações. Tomamos um gás ideal confinado em um cilindro e termicamente isolado, de modo que $\Delta Q = 0$. O cilindro sofre uma pequena expansão adiabática sem que haja mudança em sua pressão. Dessa forma podemos tomar uma variação infinitesimal do trabalho, onde $dW = pdV$.

Voltando à equação (3.2) temos:

$$dE = -pdV. \quad (3.7)$$

Agora, para uma variação infinitesimal a equação (3.4) pode ser escrita como:

$$dE = nc_v dT \quad (3.8)$$

e, se aplicada em (3.7), nos deixa com:

$$ndT = - \left(\frac{p}{c_v} \right) dV. \quad (3.9)$$

Agora, se tomarmos a equação de estado dos gases ideais dada por

$$pV = n\mathcal{R}T$$

e derivarmos os dois lados teremos:

$$n\mathcal{R}dT = pdV + Vdp. \quad (3.10)$$

Isolando o valor de ndT e tomando $\mathcal{R} = c_p - c_v$, temos:

$$ndT = \frac{pdV + Vdp}{c_p - c_v}. \quad (3.11)$$

Agora, se igualarmos as equações (3.9) e (3.11) teremos:

$$-\left(\frac{p}{c_v}\right)dV = \frac{pdV - Vdp}{c_p - c_v} \quad (3.12)$$

ou, com o rearranjo:

$$\frac{pdV - Vdp}{c_p - c_v} + \left(\frac{p}{c_v}\right)dV = 0. \quad (3.13)$$

A soma de frações acima nos deixa com:

$$\frac{c_v pdV - c_v V dp + c_p pdV - c_v pdV}{c_v (c_p - c_v)} = 0, \quad (3.14)$$

que pode ser reduzida a:

$$\frac{c_p pdV - c_v V dp}{c_v (c_p - c_v)} = 0 \quad (3.15)$$

ou também a:

$$\frac{c_p pdV}{c_v (c_p - c_v)} = \frac{c_v V dp}{c_v (c_p - c_v)}. \quad (3.16)$$

Podemos ver que:

$$Vdp = \left(\frac{c_p}{c_v}\right)pdV, \quad (3.17)$$

que leva a

$$\frac{dp}{p} = \frac{c_p}{c_v} \frac{dV}{V}. \quad (3.18)$$

Onde definimos o índice adiabático como:

$$\Gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}. \quad (3.19)$$

Se integrarmos a equação (3.18) encontramos:

$$\ln p + \Gamma \ln V = \text{constante}. \quad (3.20)$$

Usando a regra de soma de logaritmos ficamos com:

$$pV^\Gamma = \text{constante}. \quad (3.21)$$

Podemos agora, a partir da definição de índice adiabático, estabelecer valores para Γ , tomando dois casos distintos. O relativístico (R) e o não relativístico (NR).

Para o caso não relativístico temos:

$$E = \frac{3}{2}n\mathcal{R}T, \quad (3.22)$$

para a energia interna do sistema. Com a equação de estado do gás ideal:

$$E = \frac{3}{2}pV, \quad (3.23)$$

de onde tiramos a densidade de energia:

$$\varepsilon = \frac{3}{2}p. \quad (3.24)$$

Com a equação (3.22) podemos tomar:

$$\frac{\Delta E}{\Delta T} = \frac{3}{2}n\mathcal{R}, \quad (3.25)$$

que se aplicada, em (3.4) nos dá:

$$c_v = \frac{3}{2}\mathcal{R}. \quad (3.26)$$

Quando somamos a equação acima com a equação (3.6), temos:

$$c_p = c_v + \mathcal{R} = \frac{3}{2}\mathcal{R} + \mathcal{R} = \frac{5}{2}\mathcal{R}. \quad (3.27)$$

Revendo a equação (3.19), fazemos:

$$\Gamma = \frac{5\mathcal{R}/2}{3\mathcal{R}/2} = \frac{5}{3}. \quad (3.28)$$

Já, para o caso relativístico, temos:

$$E = 3n\mathcal{R}T \quad (3.29)$$

como energia interna do sistema, e para a equação de estado do gás ideal teremos:

$$E = 3pV, \quad (3.30)$$

de onde tiramos a densidade de energia:

$$\varepsilon = 3p. \quad (3.31)$$

Com (3.29) podemos ver:

$$\frac{\Delta E}{\Delta T} = 3n\mathcal{R}. \quad (3.32)$$

Revendo a equação (3.4) e aplicando nela o valor acima, ficamos com:

$$c_v = 3\mathcal{R}. \quad (3.33)$$

Novamente com a equação (3.6), teremos:

$$c_p = c_v + \mathcal{R} = 3\mathcal{R} + \mathcal{R} = 4\mathcal{R}. \quad (3.34)$$

Enfim temos um valor para o índice adiabático, a partir de (3.19) (3.33) e (3.34):

$$\Gamma = \frac{4\mathcal{R}}{3\mathcal{R}} = \frac{4}{3} \approx 1.33. \quad (3.35)$$

Na teoria Newtoniana, é possível encontrar uma configuração hidrostática estável para uma distribuição esférica de massa, se o índice adiabático exceder o valor de $\frac{4}{3}$ [26]. Quando incluímos a essa teoria, a relatividade geral, percebemos que esse valor pode ser ultrapassado.

3.2 Definição do índice adiabático para o caso geral.

Vamos supor uma expressão para a pressão que dependa da densidade e da entropia, da seguinte forma:

$$P = P(\rho, s) \quad (3.36)$$

Se imaginarmos uma situação onde não há variação de entropia, ou seja $\Delta S = 0$, teríamos:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial \rho} d\rho \quad (3.37)$$

Dividindo os dois lado da equação acima por P e multiplicando e dividindo o lado direito por ρ , ficamos com:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\rho}{P} \frac{\partial P}{\partial \rho} \frac{d\rho}{\rho} \quad (3.38)$$

Podemos rearranjar a equação acima com a seguinte forma:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\frac{\partial P}{\partial \rho}}{\frac{\rho}{P}} \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.39)$$

Que pode ser escrito como:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.40)$$

De modo que chegamos à expressão mais geral [27]:

$$\Gamma = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}. \quad (3.41)$$

O índice adiabático é adimensional e mede a resposta termodinâmica do sistema às mudanças adiabáticas [28].

A equação (3.41) também pode ser escrita como:

$$\Gamma = \frac{(P + \varepsilon)}{P} \frac{dP}{d\varepsilon} \quad (3.42)$$

Embora as duas expressões originem resultados iguais [29], escolhemos a equação (3.42), por motivo de adaptação numérica.

4 ÍNDICE ADIABÁTICO NAS ESTRELAS DE NÊUTRONS.

Primeiramente calculamos a equação de estado para estrelas hadrônicas com e sem aprisionamento de neutrinos, para valores de entropia $S = 0, 1, 2 \text{ } k_B/\text{bárion}$, como é mostrado na figura (4.1). Notamos que embora tenham a mesma tendência de evolução, a equação de estado para as estrelas sem aprisionamento de neutrinos é mais suave.

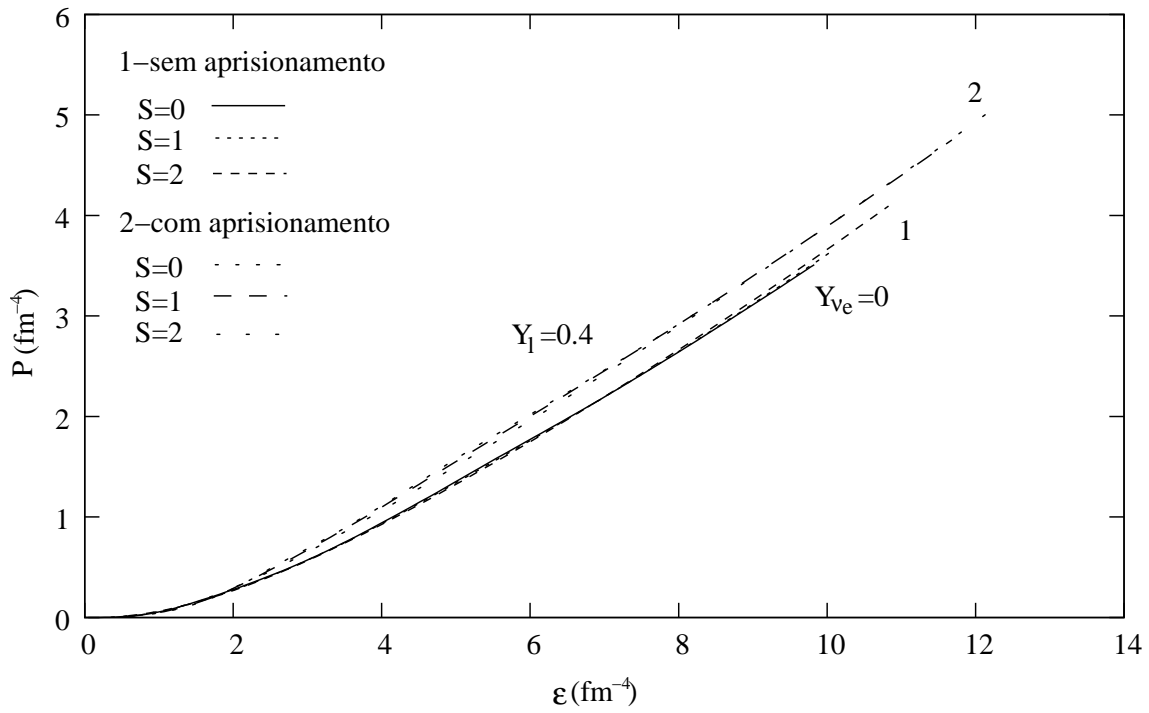


Figura 4.1: Equação de estado para estrelas hadrônicas.

Apresentamos no gráfico da figura (4.2) abaixo, uma comparação entre as temperaturas como função da densidade, para estrelas hadrônicas com e sem aprisionamento de neutrinos para os valores de entropia $S = 1, 2 k_B/\text{bárion}$.

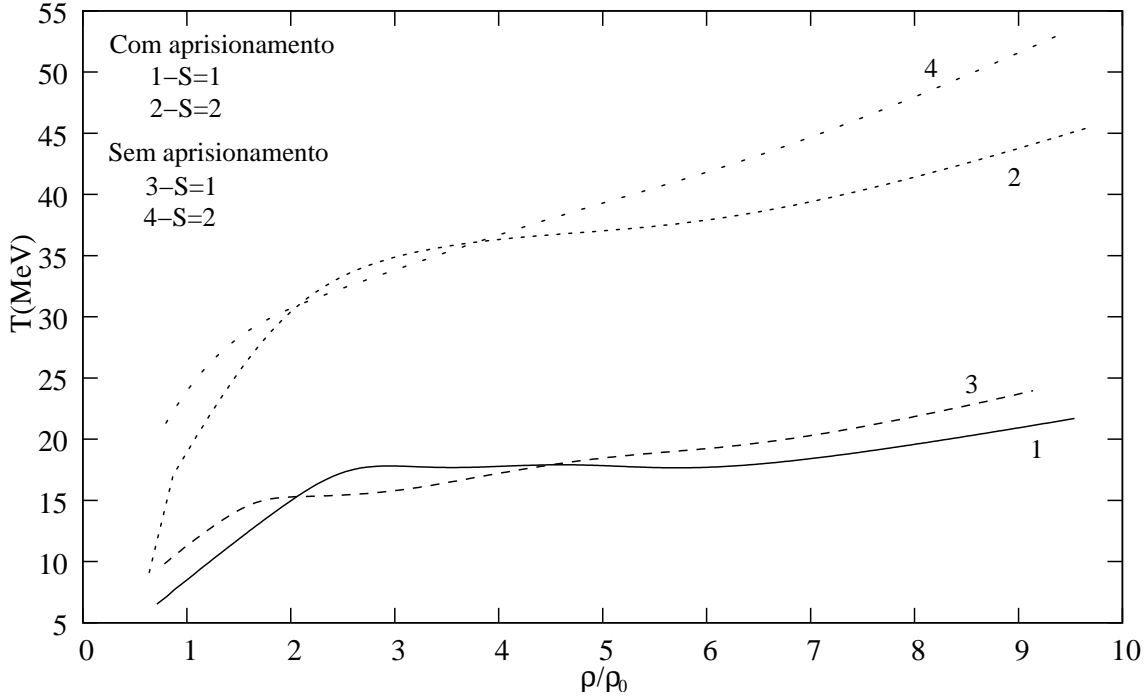


Figura 4.2: Temperaturas como função da densidade para estrelas hadrônicas.

A temperatura para cada valor de entropia cresce no dois casos considerados, e percebemos que tanto para o caso com aprisionamento de neutrinos quanto para o caso onde eles não se encontram mais aprisionados, as curvas de entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ evoluem para um valor de aproximadamente 50 MeV à densidade de $\rho = 10\rho_0$. Já as curvas a entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$, nos dois casos considerados, convergem para o valor aproximado de 25 MeV à mesma densidade.

4.1 Fração de partículas.

Aqui esperamos descrever a composição das estrelas de nêutrons em termos de sua densidade. Dividimos essa seção em estrelas com aprisionamento de neutrinos e sem aprisionamento.

4.1.1 Estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos.

Este é o primeiro estágio da fase final de vida de uma estrela de nêutrons [2]. O inevitável resfriamento da estrela, causado pela evasão de neutrinos, leva apenas alguns segundos e diminui sua energia interna fazendo da conversão de nucleons em híperons um efeito irreversível.

4.1.1.1 Estrelas com entropia $S = 0$ ($k_B/\text{bárion}$).

Aqui apresentamos no gráfico (4.3) a fração de partículas, para uma estrela hadrônica, com entropia $S = 0$ $k_B/\text{bárion}$ e que, em caráter acadêmico para efeito de comparação, tomaremos como ainda aprisionando neutrinos. Podemos notar as densidades necessárias para a formação de cada espécie de partícula. Notamos que, com o valor da fração de léptons Y_l fixado em 0.4, prótons e nêutrons aparecem a densidades menores que 0.1 fm^{-3} . Notamos também que, devido à neutralidade de carga, exigida em nossas considerações, prótons e elétrons coexistem desde os mesmos valores de densidades.

Com os parâmetros que utilizamos, percebemos que apenas quatro híperons se fazem presentes à entropia zero, são eles, Λ e Σ^- entre 0.4 e 0.6 fm^{-3} , Σ^0 e Σ^+ entre 0.6 e 0.8 fm^{-3} . Duas importantes observações são a inexistência dos quatro demais híperons do octeto bariônico, e a aparente saturação, ou tendência a valores constantes, das frações de todas as partículas entre $0.1 - 1$, a partir de densidades da ordem de 1.1 fm^{-3} .

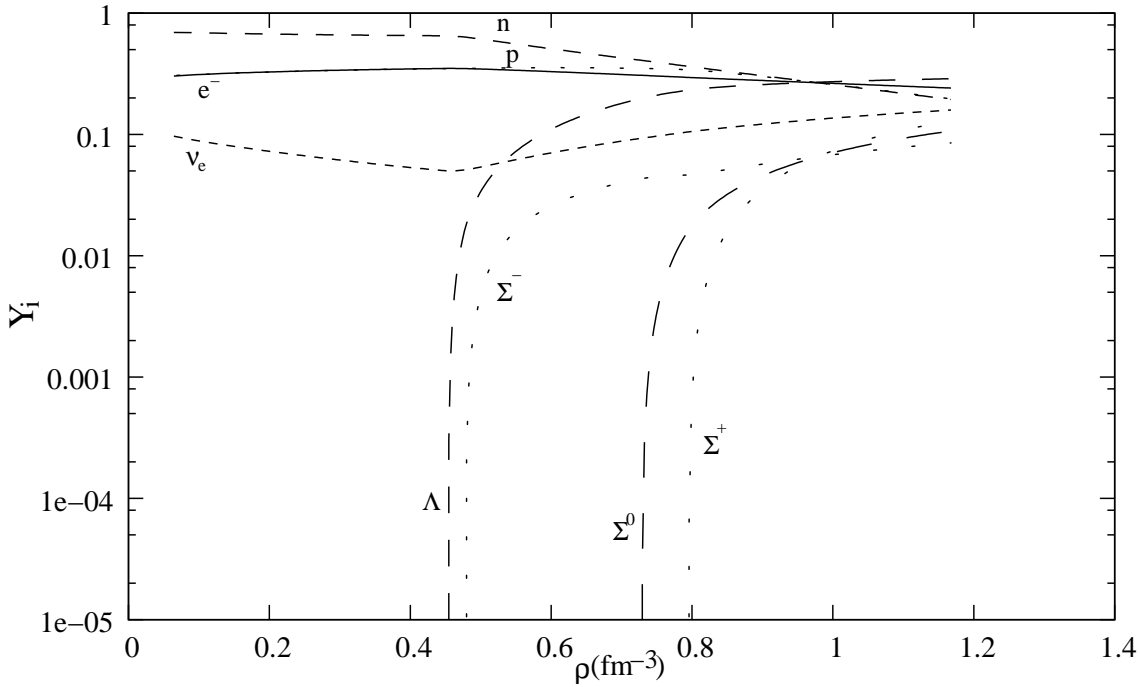


Figura 4.3: Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0$ $k_B/\text{bárion}$.

4.1.1.2 Estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$.

Na figura (4.4) vemos presentes todos os membros do octeto bariônico, antes da densidade 0.4 fm^{-3} . Aqui novamente há a saturação da fração de partículas a partir da densidade de 1.1 fm^{-3} , com exceção das partículas Ξ^- e Ξ^0 , que têm suas participações estagnadas entre 10^{-4} e pouco mais que 10^{-3} .

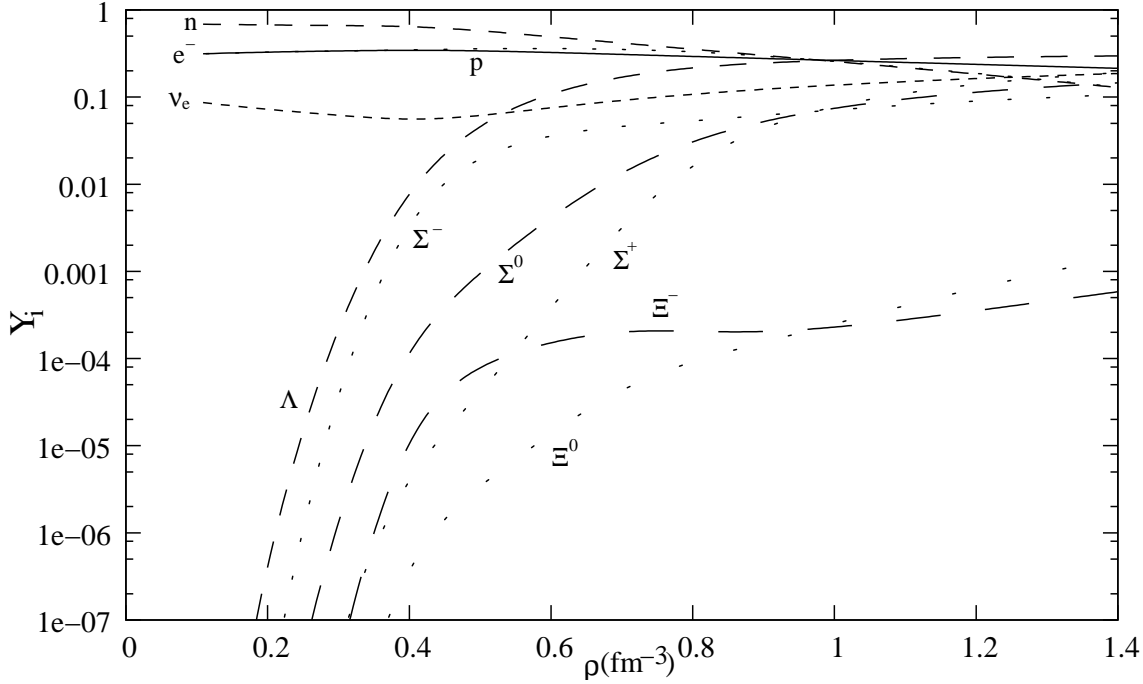


Figura 4.4: Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$.

4.1.1.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

O gráfico para a fração de partículas de uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$, apresentado na figura (4.5), é muito parecido com aquele de entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$. As tendências são as mesmas, porém os valores das densidades onde as partículas aparecem se modificam. Da mesma forma, todas as partículas, têm suas frações de participação estagnadas entre 0.1 e 1. Já para Ξ^- e Ξ^0 isso acontece entre 10^{-3} e pouco mais de 10^{-2} .

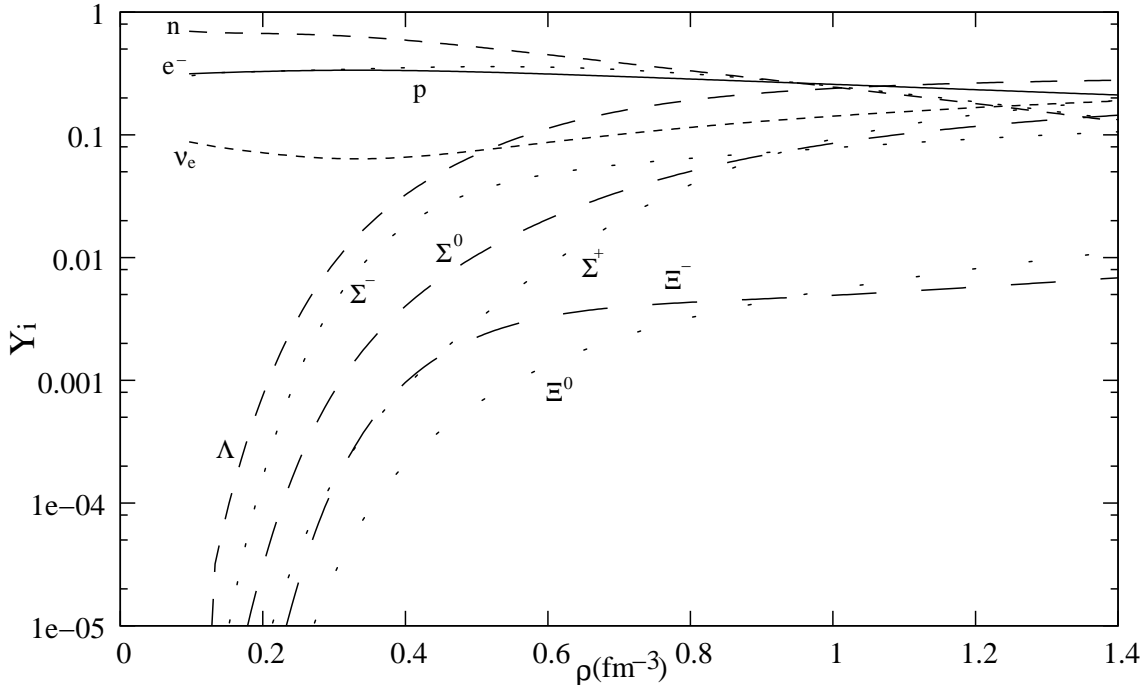


Figura 4.5: Fração de partículas para uma estrela hadrônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

4.1.2 Estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos.

Nesse estado não há mais o aprisionamento de neutrinos e a estrela já encolheu, por perder sua energia interna, atingindo sua densidade final.

4.1.2.1 Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$.

Pelo gráfico da figura (4.6) podemos notar que as densidades necessárias para a formação tanto das partículas do octeto bariônico, quanto dos léptons mais leves são visualmente distintas.

Podemos perceber que os nêutrons iniciam com praticamente 100% de participação na composição das estrelas e então, prótons e elétrons são criados juntos, como era esperado. Vemos também que, a densidades por volta da saturação nuclear, o decaimento beta de nêutrons em múons passa a ser permitido, e os múons μ^- começam a aparecer. Depois, na sequência da densidade temos o Σ^- , Λ , Σ^0 , Ξ^- , Σ^+ e por fim Ξ^0 .

Em comparação com o gráfico da figura (4.3), vemos que há a criação das partículas Ξ^- e Ξ^0 , possivelmente pela ausência do aprisionamento dos neutrinos em seu interior.

É importante salientar que os múons aparecem e desaparecem da escala de participação após alguns valores de densidade. E os elétrons têm sua participação também reduzida, a partir de 0.3 fm^{-3} até encontrar um valor de estabilidade, como os outros componentes, que saturam seu valor.

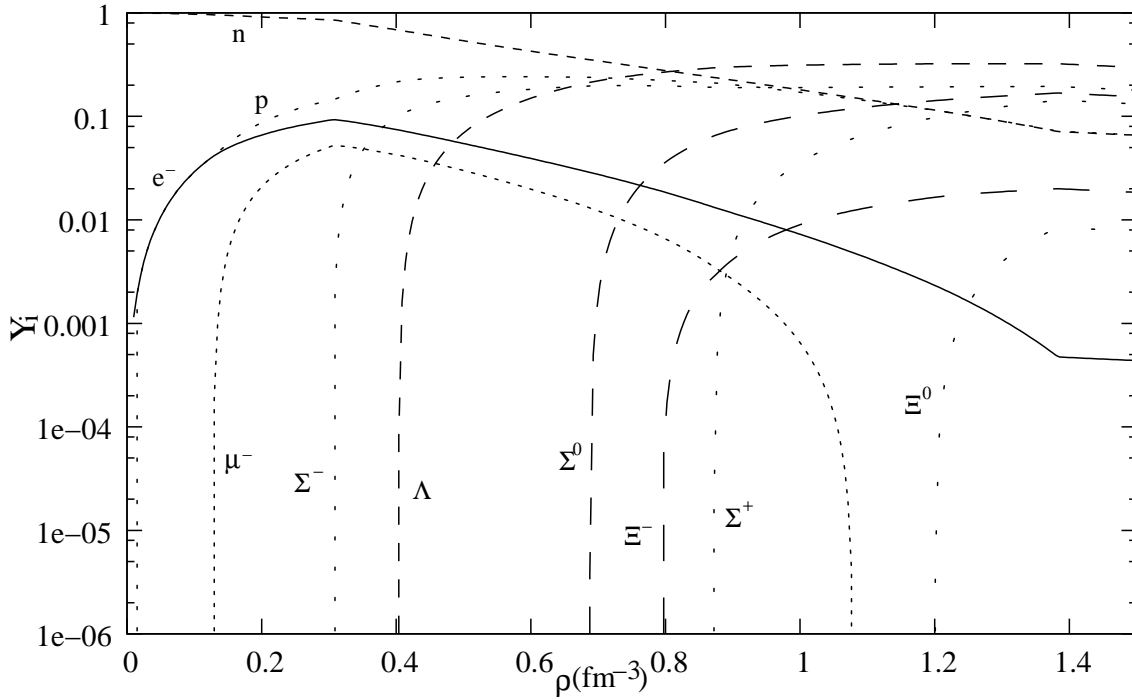


Figura 4.6: Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 \text{ } k_B/\text{bárion}$.

4.1.2.2 Estrelas com entropia $S = 1 \text{ } k_B/\text{bárion}$.

O gráfico da figura (4.7) lembra muito o da figura (4.4), porém aqui também há um decréscimo acentuado nos valores das participações de elétrons e múons, devido à fixação da participação dos léptons em 0.4. Os demais componentes do octeto bariônico, com exceção dos nêutrons, que decaem do valor máximo, têm seus valores em crescente até um valor constante.

Há três valores marcantes de densidade para o aparecimento dos híperons do octeto bariônico. São eles, por volta de $0.1 \text{ } fm^{-3}$ para Σ^- e Λ , aproximadamente $0.2 \text{ } fm^{-3}$ para Σ^0 e Ξ^- e ao redor de $0.4 \text{ } fm^{-3}$ para Ξ^0 e Σ^+ .

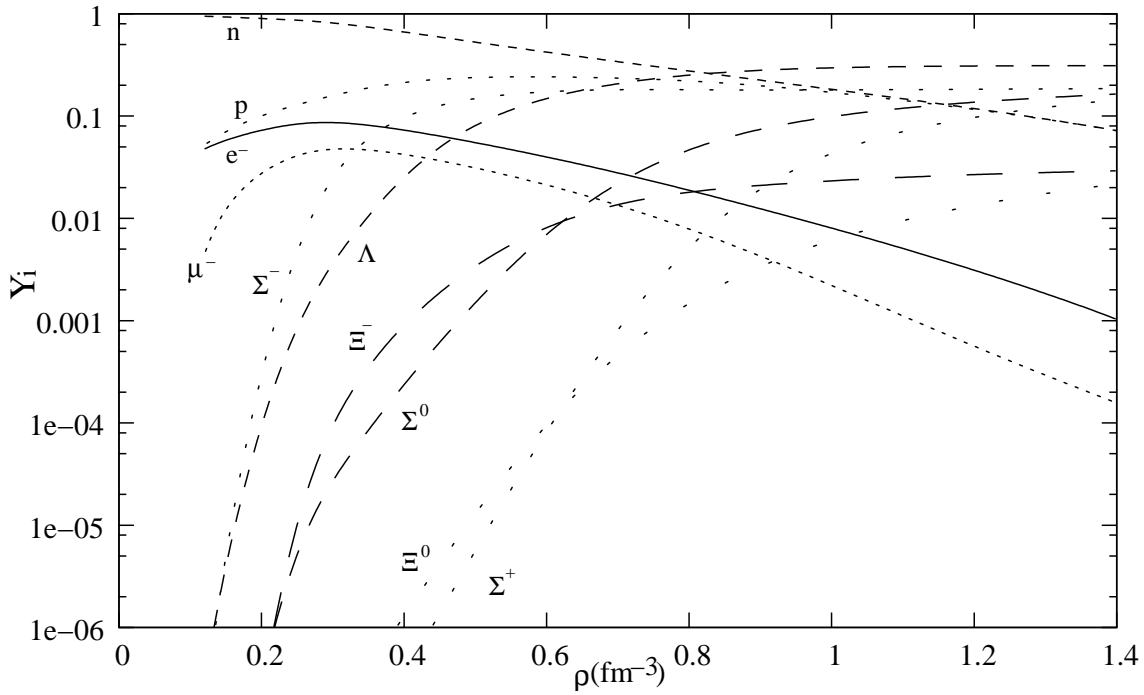


Figura 4.7: Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$.

4.1.2.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

As observações para o caso anterior de entropia poderiam ser aplicadas também à figura (4.8), com a única diferença nas densidades de formação dos componentes. Pois, no mais, também há redução na participação de múons e elétrons e estagnação para as demais partículas.

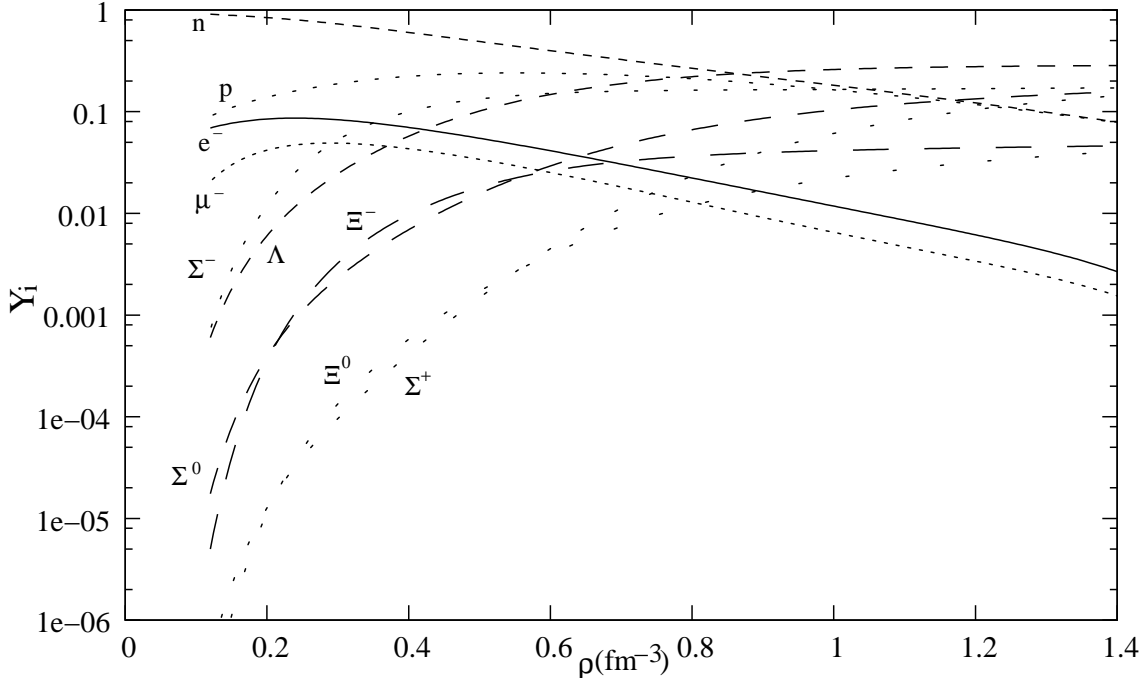


Figura 4.8: Fração de partículas para uma estrela hadrônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

4.2 Índices adiabáticos

Aqui apresentaremos nossos resultados para os valores dos índices adiabáticos Γ em relação às densidades estelares e em relação também às energias internas.

4.2.1 Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

Como previsto em [29] vemos pelo gráfico da figura (4.9) que, para densidades maiores que a de saturação nuclear, o valor de Γ é significativamente maior que $\frac{4}{3}$ e que o comportamento de seu gráfico é suavizado logo após a aparição de cada híperon. Podemos notar também, a grande flutuação no índice das estrelas que aprisionam neutrinos e como esta atravessa o limite de estabilidade de $\frac{4}{3}$. Entre as densidades de 0.9 e 1 fm^{-3} , essas estrelas se tornam instáveis, uma vez que o valor do Γ cai abaixo do que foi previamente demonstrado como mínimo necessário para manter a estabilidade da estrela.

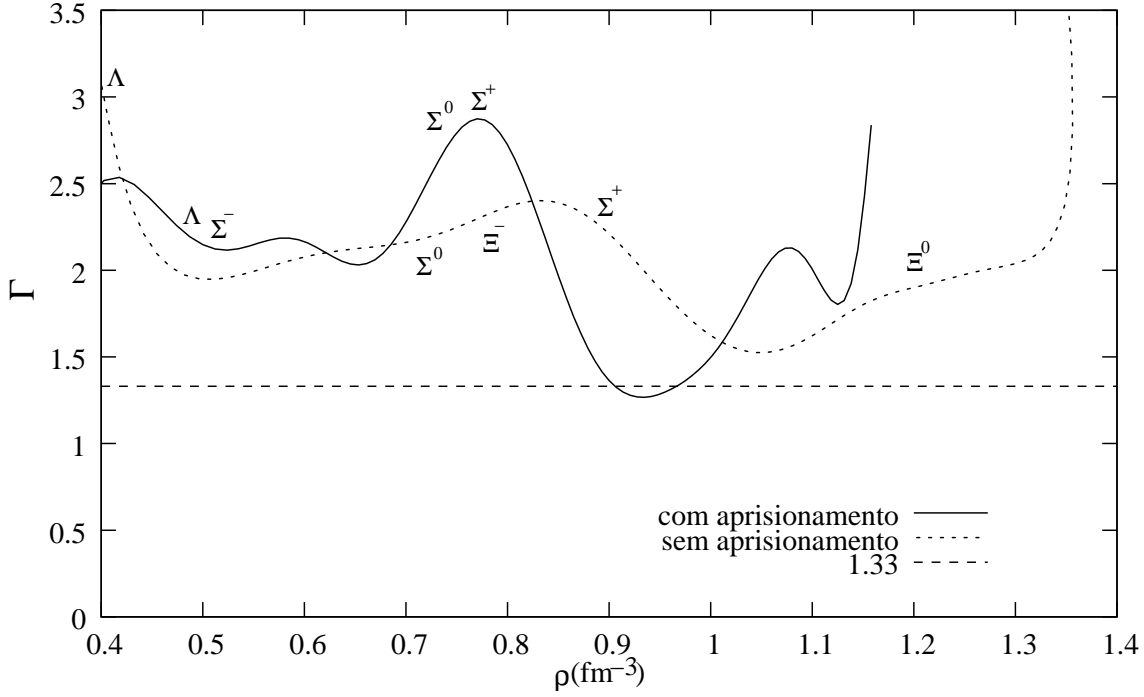


Figura 4.9: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 0 \, k_B/\text{báron}$ com e sem aprisionamento.

Acima vemos, assinalados nas curvas, as partículas criadas, à medida que a densidade cresce. Para as estrelas que ainda aprisionam neutrinos, vemos que Λ e Σ^- aparecem praticamente juntos na densidade de $0.5 \, \text{fm}^{-3}$. Já, Σ^0 e Σ^+ , surgem entre 0.7 e $0.8 \, \text{fm}^{-3}$. A análise das estrelas que não mais aprisionam neutrinos, mostra que Λ é criado antes, aproximadamente a $0.4 \, \text{fm}^{-3}$, e que entre 0.7 e $0.8 \, \text{fm}^{-3}$, aparecem Σ^0 e Ξ^- . Continuando, por volta de $0.9 \, \text{fm}^{-3}$ surge Σ^+ e ao redor de $1.2 \, \text{fm}^{-3}$ vemos Ξ^0 .

É possível então, imaginar que a instabilidade da estrela possa estar relacionada à criação de partículas em seu interior, pois notamos que a curva do índice adiabático tem grandes variações nesses momentos. É possível também, que essa instabilidade esteja relacionada à perda de neutrinos, pois essa se realizaria em um período de transição de fase que a estrela passa até alcançar a estabilidade. Notamos isso, com a curva das estrelas que não aprisionam mais neutrinos, estas em nenhum momento, cruzam o limite de estabilidade de $\frac{4}{3}$.

Podemos também plotar o índice adiabático em função da energia interna da estrela. Para o gráfico da figura (4.10) encontramos uma paisagem muito parecida com a anterior, que confirma a instabilidade das estrelas de nêutrons em seus primeiros estágios de vida.

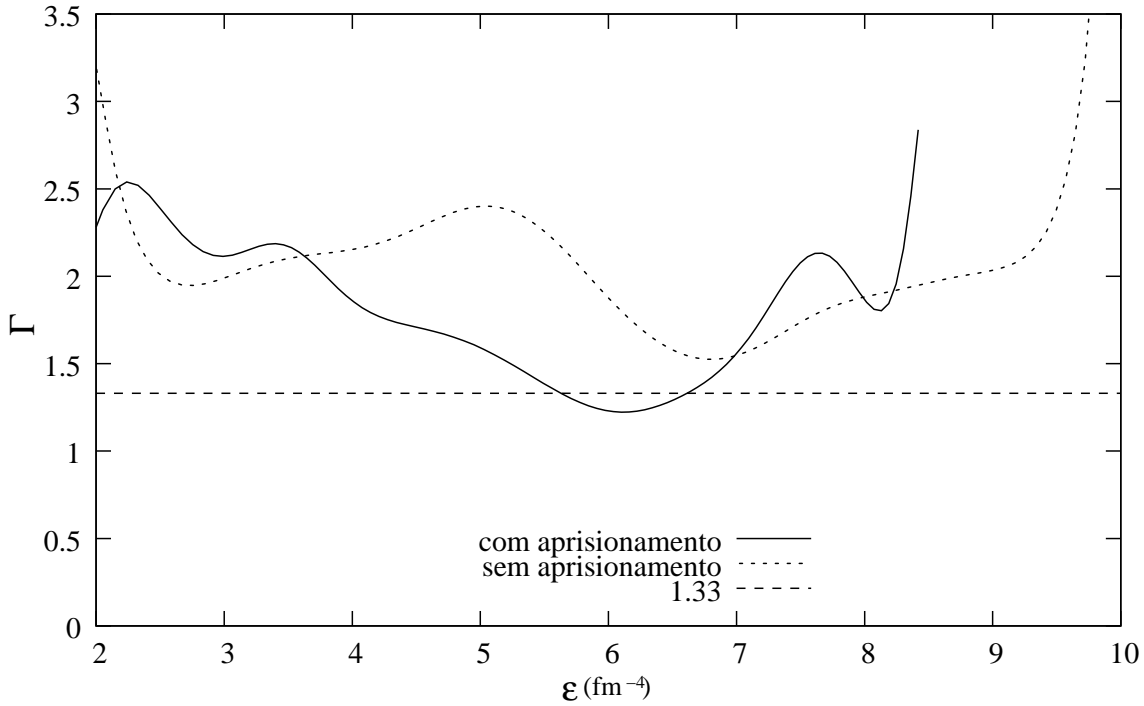


Figura 4.10: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 0 \, k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

Aqui vemos novamente que o aprisionamento de neutrinos contribui para a instabilidade da estrela.

4.2.2 Estrelas com entropia $S = 1 \, k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

Devido à incompatibilidade entre os valores das densidades encontrados para o aparecimento das partículas e a escala de densidades utilizadas para as comparações dos comportamentos dos índices adiabáticos, não é mais possível a identificação das alterações causadas por elas, nas curvas dos gráficos de Γ .

Para estrelas com entropia $S = 1 \, k_B/\text{bárion}$ não há mais a instabilidade mostrada anteriormente, tão pouco há tanta flutuação de seu valor, possivelmente porque não há mais a formação de híperons. Como pode ser visto no gráfico da figura (4.11).

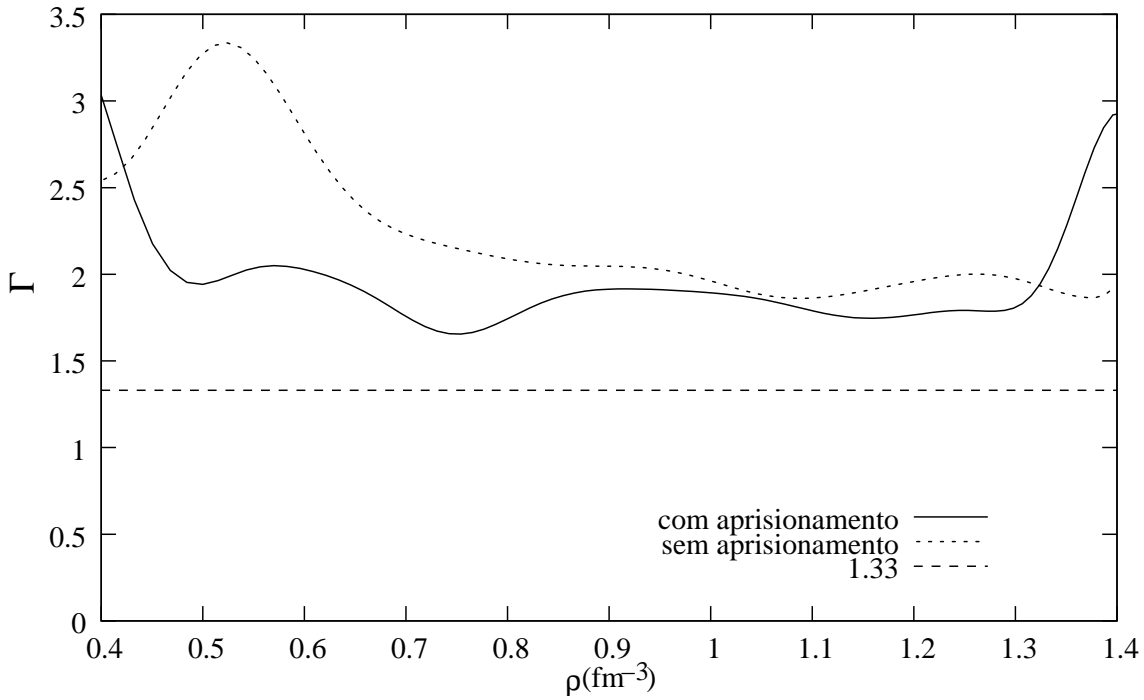


Figura 4.11: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{báron}$ com e sem aprisionamento.

Também para o gráfico em função da energia, não há grande flutuação do índice adiabático, apenas quando esta se aproxima de $10 \text{ (fm}^{-4}\text{)}$ é que o Γ tende ao valor limite para a estabilidade. Como mostramos na figura (4.12).

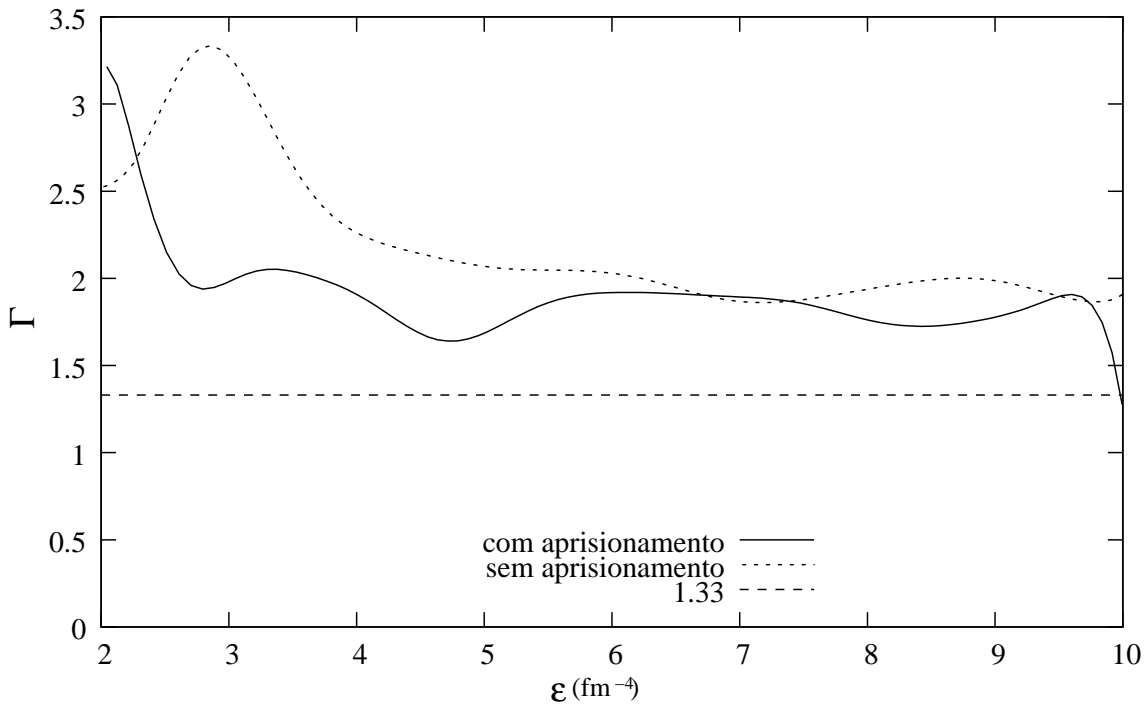


Figura 4.12: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{báron}$ com e sem aprisionamento.

4.2.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

O gráfico da figura (4.13) mostra a comparação das evoluções dos índices adiabáticos de estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$, com e sem aprisionamento de neutrinos em relação à densidade de partículas em seu interior.

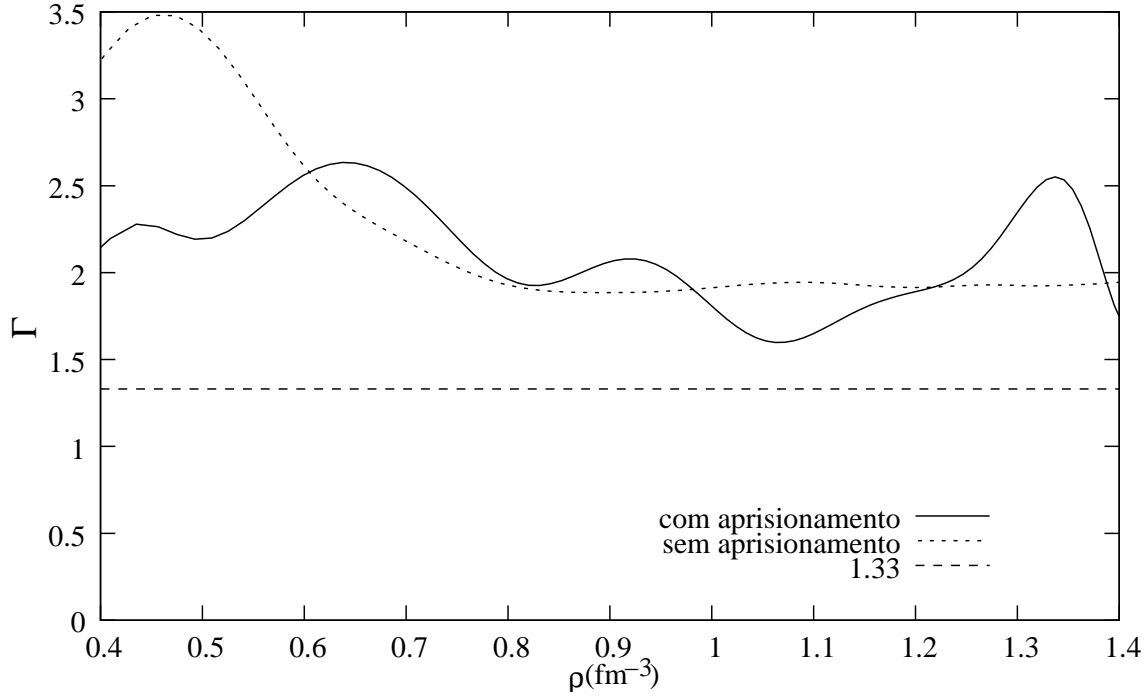


Figura 4.13: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$ com e sem aprisionamento.

Já o gráfico da figura (4.14) mostra a comparação das evoluções dos índices adiabáticos de estrelas com entropia dois, com e sem aprisionamento de neutrinos em relação à energia interna de cada estrela.

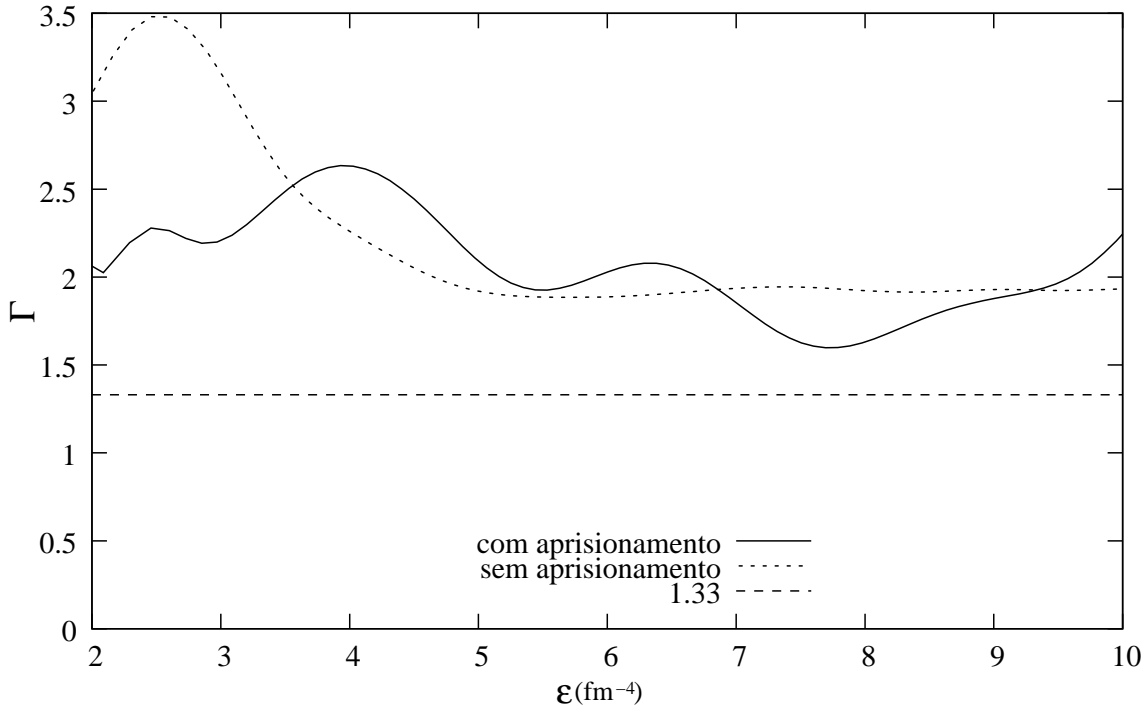


Figura 4.14: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

5 ÍNDICE ADIABÁTICO NAS ESTRELAS QUARKIÔNICAS.

Para as estrelas híbridas ou quarkiônicas, também calculamos as equações de estado e as plotamos. Para os valores de entropia $S = 0, 1, 2 k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos. Como podemos ver no gráfico da figura (5.1).

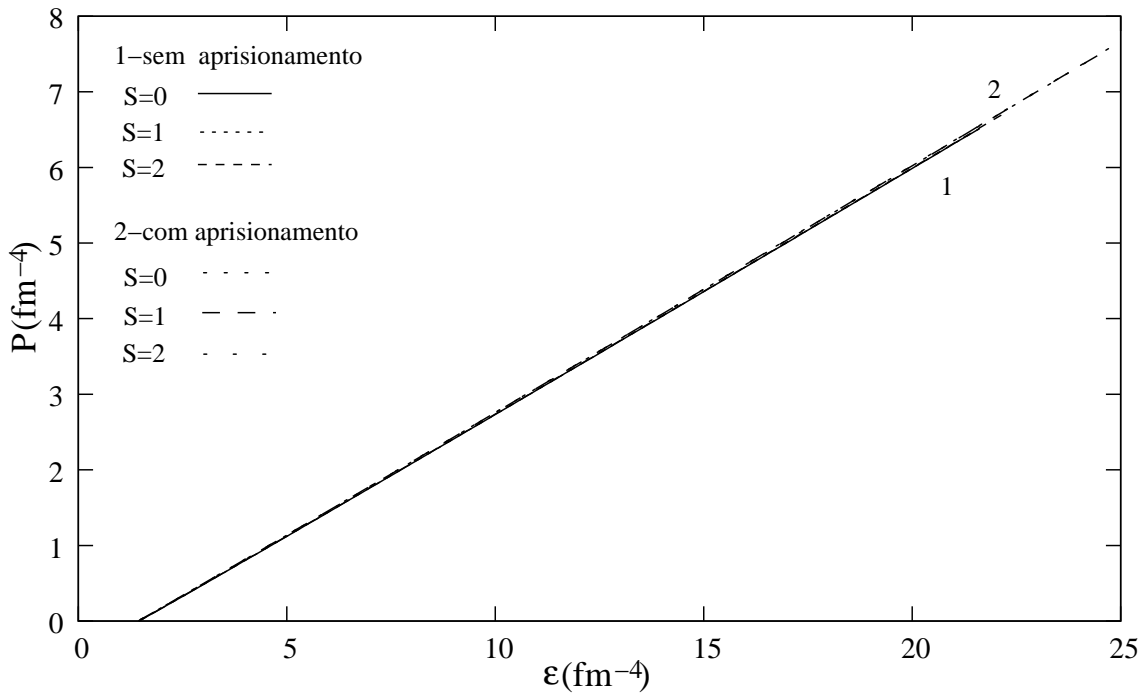


Figura 5.1: Equação de estado para estrelas quarkiônicas.

Podemos perceber que as funções tanto para o caso com, quanto para o sem aprisionamento de neutrinos, recaem praticamente sobre as mesmas posições, demonstrando comportamentos muito parecidos. Esse resultado é compatível com a literatura e pode ser atribuído ao fato de que para gases extremamente relativísticos, a pressão é um terço da densidade de energia [24].

Abaixo, no gráfico da figura (5.2), apresentamos a comparação das temperaturas como função da fração entre as densidades e a densidade de saturação nuclear para estrelas quarkiônicas com e sem aprisionamento de neutrinos para os valores de entropia $S = 1, 2 k_B/\text{bárion}$.

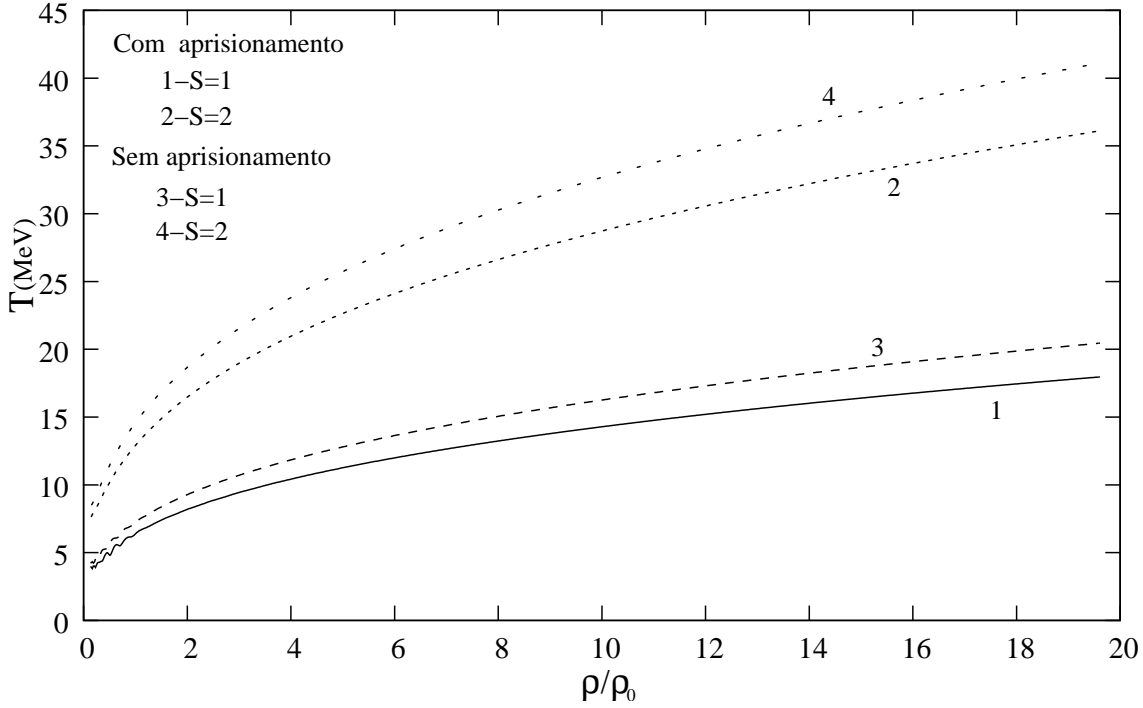


Figura 5.2: Temperaturas como função da densidade para estrelas quarkônicas.

Também para o caso de estrela de matéria quarkônica, a temperatura para cada valor de entropia cresce no dois casos considerados, e podemos perceber que tanto para o caso com aprisionamento de neutrinos, assim como para o caso onde eles não se encontram mais aprisionados, as curvas de entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ evoluem para um valor de aproximadamente 40 MeV à densidade de $\rho = 20\rho_0$. Já as curvas a entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$, nos dois casos considerados, convergem para o valor aproximado de 20 MeV à mesma densidade.

5.0.4 Estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos.

5.0.4.1 Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$.

No gráfico da figura (5.3), retratamos a fração de partículas de uma estrela quarkônica com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$, que ainda aprisiona neutrinos.

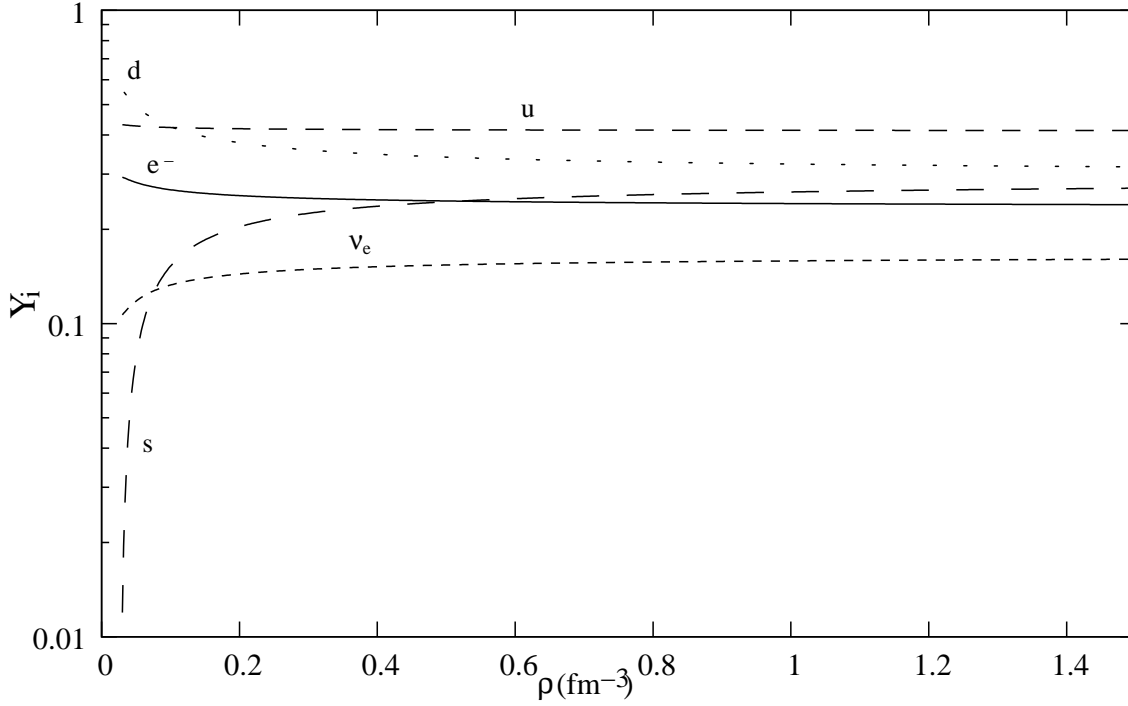


Figura 5.3: Fração de partículas para uma estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 \, k_B/\text{bárion}$.

Vemos que a fração de quarks d tem um leve decréscimo, enquanto o quark u se manteve quase que constante. O valor da parcela correspondente ao neutrino do elétron cresce levemente, enquanto que para o quark s ele cresce muito rapidamente. Já o elétron quase não altera sua participação na constituição da estrela.

5.0.4.2 Estrelas com entropia $S = 1 \, k_B/\text{bárion}$.

Abaixo vemos o gráfico da figura (5.4), que é muito parecido com a figura (5.3).

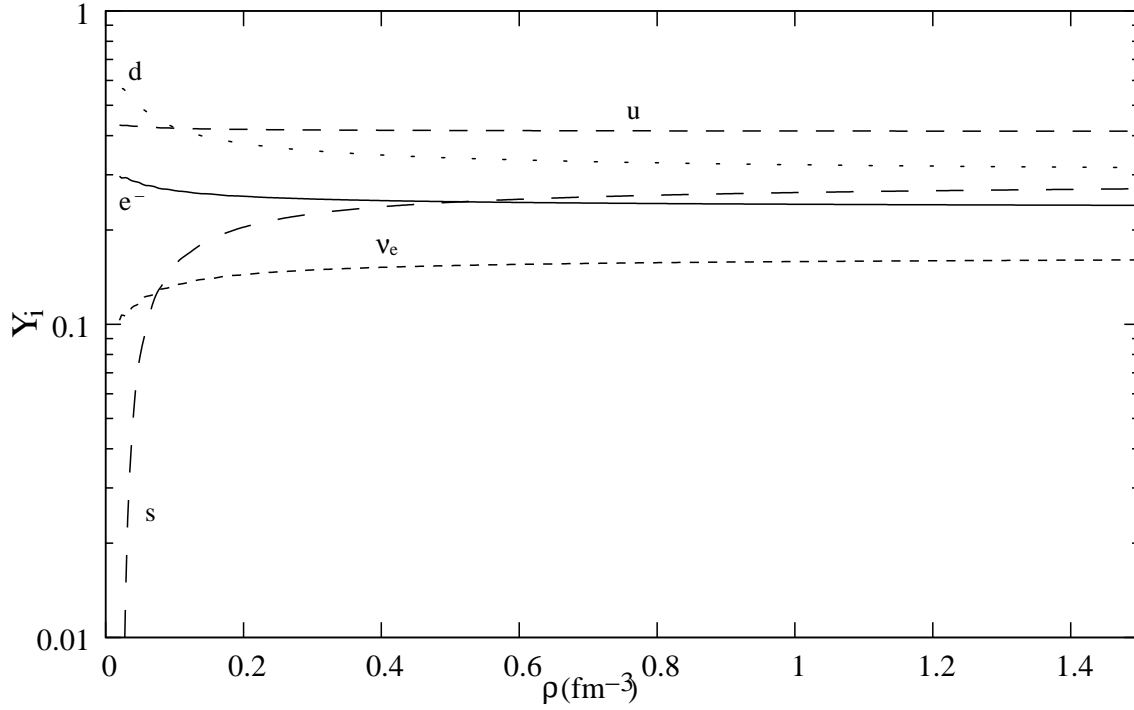


Figura 5.4: Fração de partículas para uma estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$.

5.0.4.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

E por fim, o gráfico da figura (5.5), para a população de partículas de uma estrela de quarks com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

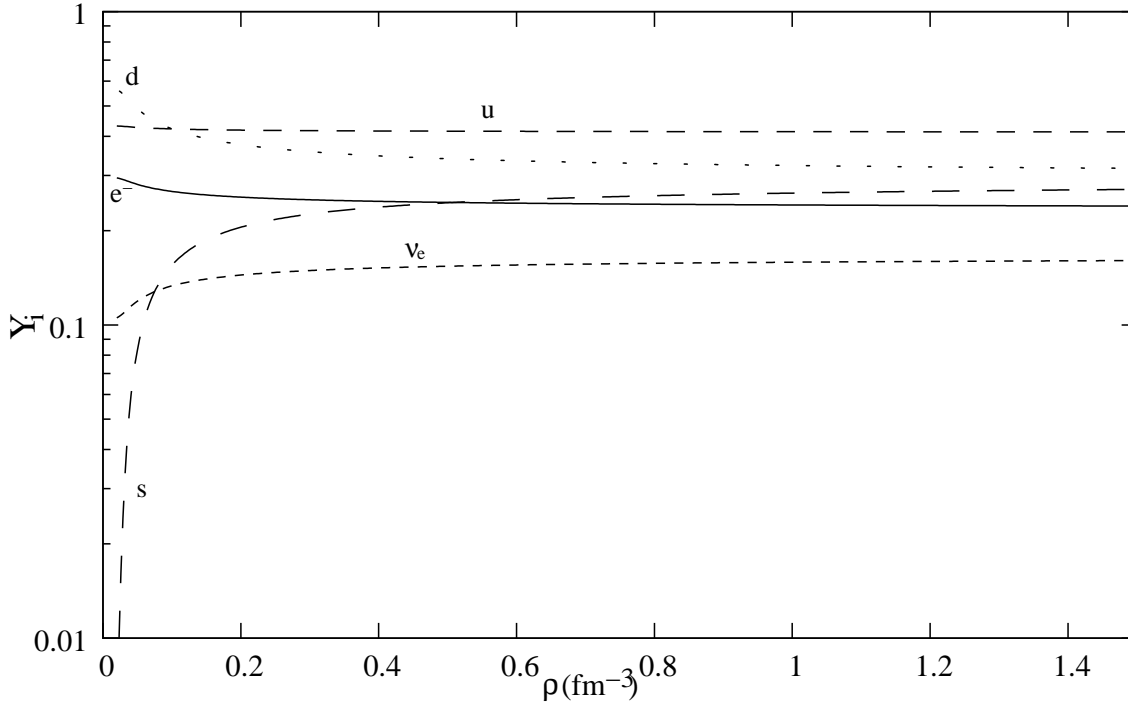


Figura 5.5: Fração de partículas para uma estrela quarkônica com aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

Notamos que não há uma grande diferença para os gráficos das frações de partículas seja qual for o valor da entropia. Isso acontece porque a presença de léptons para o caso de neutrinos aprisionados com fração de léptons fixada, diminui a presença do quark *s* devido às restrições de conservação de carga elétrica, em comparação com o caso onde não há mais o aprisionamento de neutrinos [24]. Como veremos a seguir.

5.0.5 Estrela quarkônica sem aprisionamento de neutrinos.

Novamente, aqui não há mais o aprisionamento de neutrinos e a estrela já encolheu, após perder sua energia interna, atingindo sua densidade final.

5.0.5.1 Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$.

A figura (5.6) apresenta um gráfico da fração de partículas em função da densidade em uma estrela quarkônica com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$, que não mais aprisiona neutrinos em seu interior:

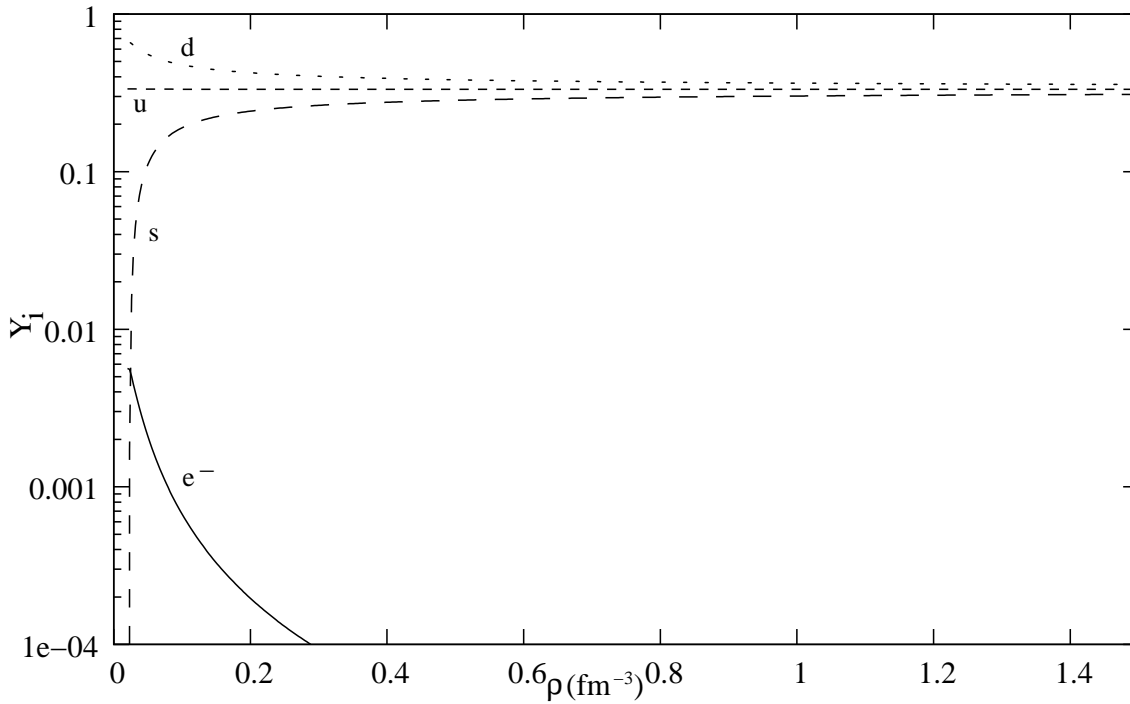


Figura 5.6: Fração de partículas para uma estrela quarkiônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 0 \text{ } k_B/\text{bárion}$.

Podemos notar que agora, diferente das estrelas que aprisionavam neutrinos, a participação dos elétrons cai mais rapidamente, e fica muito pequena. Concluimos então, que essas estrelas possuem uma composição quase que completamente formada pelos quarks s u e d .

5.0.5.2 Estrelas com entropia $S = 1 \text{ } k_B/\text{bárion}$.

Na figura (5.7), podemos ver também que a fração de elétrons decai rapidamente, à medida que a densidade aumenta.

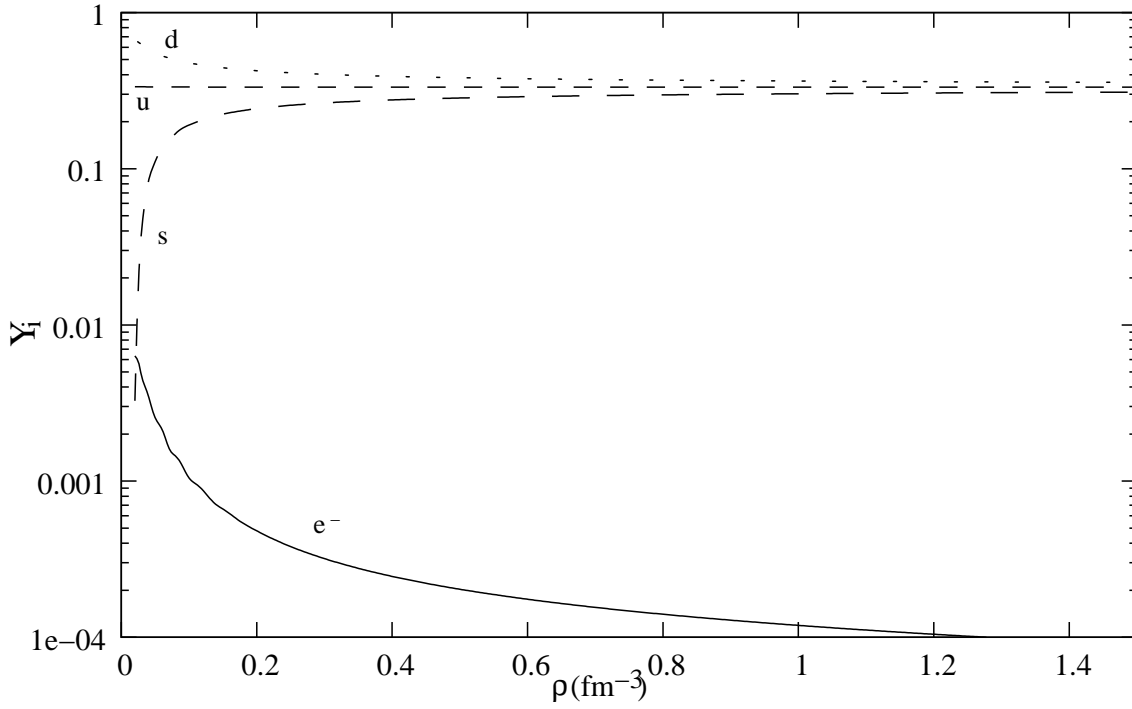


Figura 5.7: Fração de partículas para uma estrela quarkônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$.

Esse gráfico deixa muito claro, quais componentes têm preferência, na formação da estrela.

5.0.5.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

Também para esse valor de entropia apresentamos o gráfico da fração de partículas em função da densidade. Vemos na figura (5.8), que os elétrons praticamente desaparecem da composição da estrela à medida que a densidade cresce.

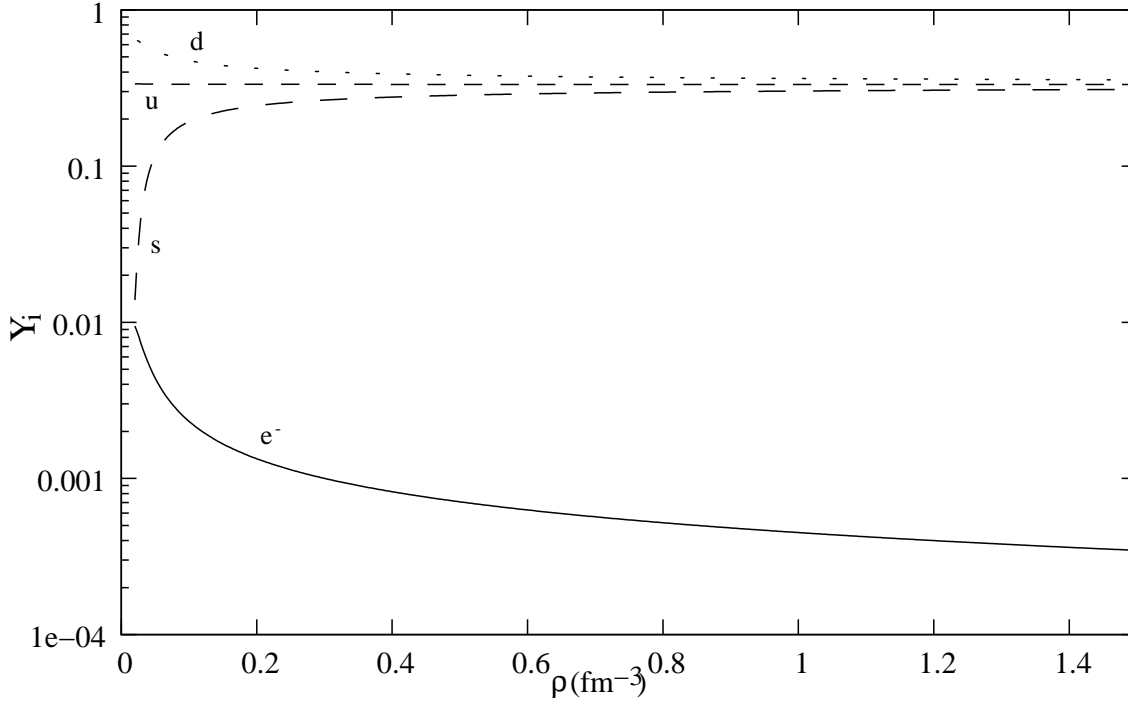


Figura 5.8: Fração de partículas para uma estrela quarkiônica sem aprisionamento de neutrinos e entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$.

Aqui também notamos que não há uma grande diferença para os gráficos das frações de partículas seja qual for o valor da entropia. Apenas que diferente do caso com aprisionamento de neutrinos, quando estes não estão mais presentes na estrela, o valor da participação do quark s alcança seu máximo.

5.1 Índices adiabáticos.

Apresentaremos agora, os resultados encontrados para os valores dos índices adiabáticos Γ em relação às densidades estelares e em relação também às energias internas, para estrelas quarkiônicas.

5.1.1 Estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

No gráfico da figura (5.9), temos uma comparação, para estrelas de entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos, dos índices adiabáticos em relação a suas densidades.

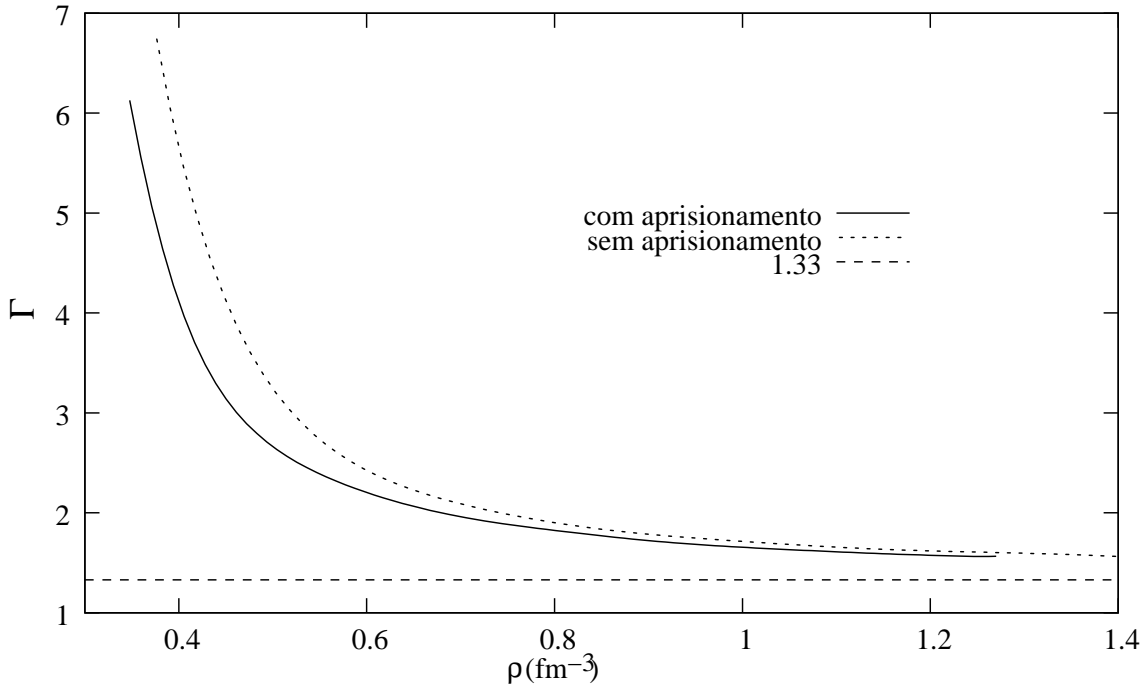


Figura 5.9: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 0 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

Podemos notar a discrepância inicial nas curvas, que tende a diminuir à medida que a densidade cresce, porém sem se cruzarem. Notamos também que, à medida que a densidade aumenta as curvas nunca ultrapassam a linha de 1.33. Entendemos isso como uma caracterização de estabilidade das duas estrelas.

Comparamos também as curvas dos índices adiabáticos em relação às densidades de energia de dois valores possíveis para a entropia. Como pode ser visto no gráfico da figura (5.10):

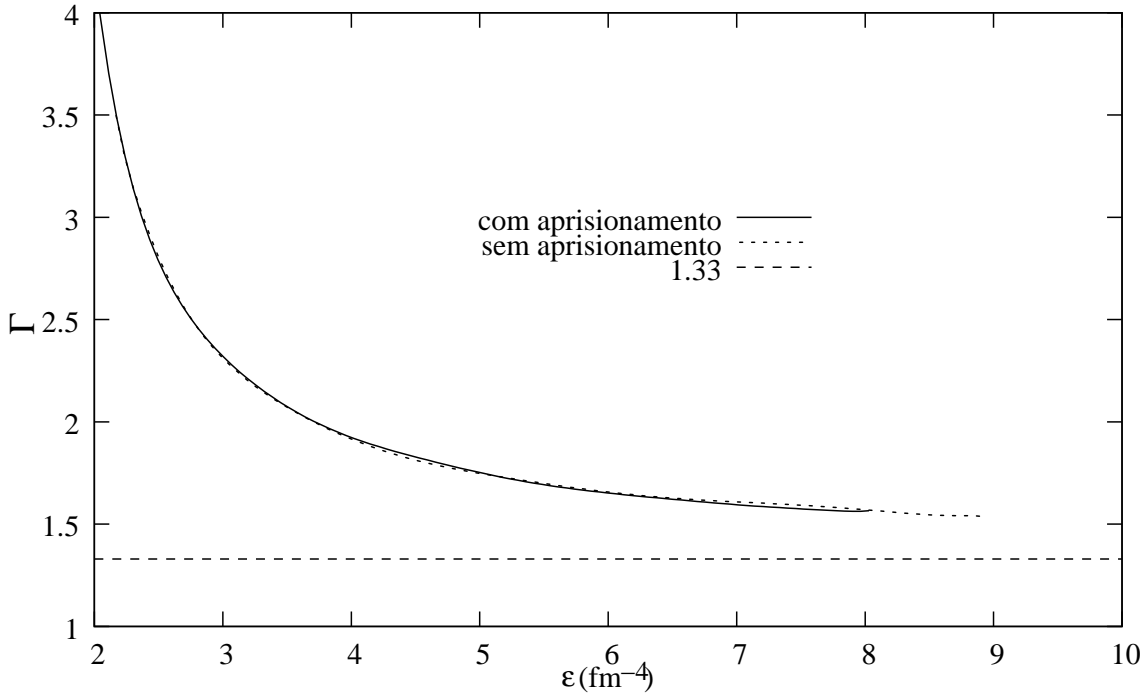


Figura 5.10: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 0 \text{ } k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

As duas curvas demonstram o mesmo comportamento durante toda a escala de densidade de energia tomada. Novamente o limite de estabilidade de 1.33 não é atingido, sugerindo estabilidade.

5.1.2 Estrelas com entropia $S = 1 \text{ } k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

O mesmo gráfico foi traçado para estrelas com entropia um, este apresenta comportamento bastante similar à figura (5.9) e é apresentado na figura (5.11).

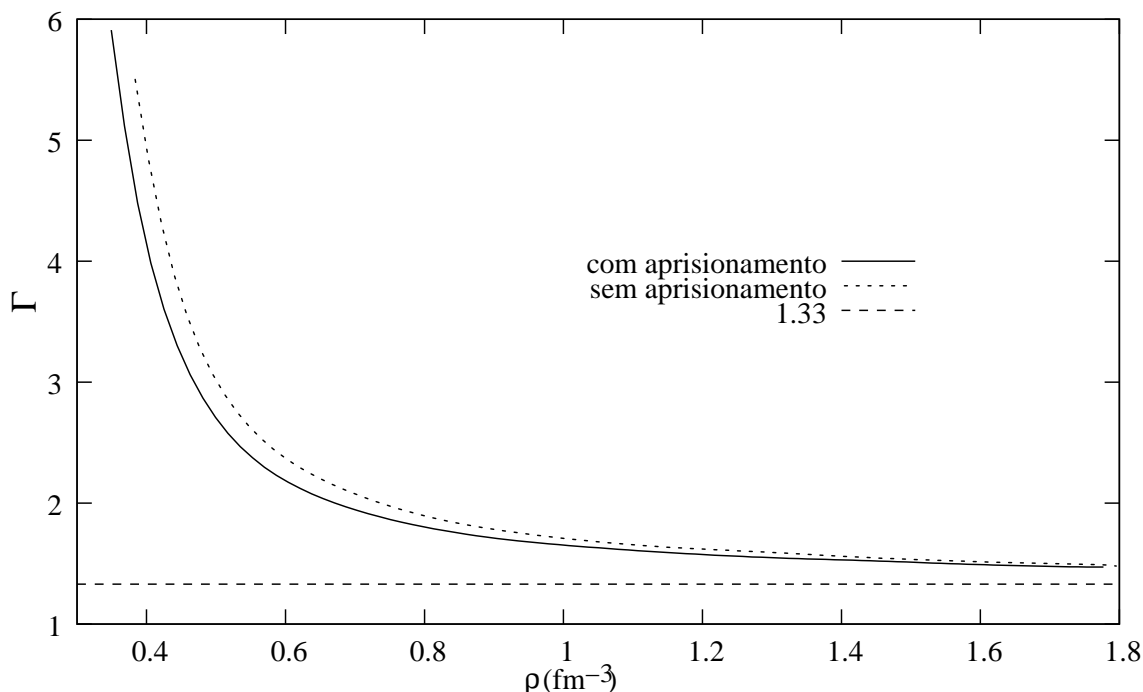


Figura 5.11: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

Vemos que as curvas também percorrem muito próximas, a escala de densidade, aproximando-se à medida que a densidade cresce. O índice adiabático das estrelas não ultrapassa, em nenhum momento, o limite de estabilidade. Concluimos que isso se deve ao fato de não haver o aparecimento de nenhum tipo de partícula, enquanto a densidade aumenta, como é visto para as estrelas hadrônicas.

Também plotamos as relações entre índice adiabático e densidade de energia, e as apresentamos no gráfico da figura (5.12):

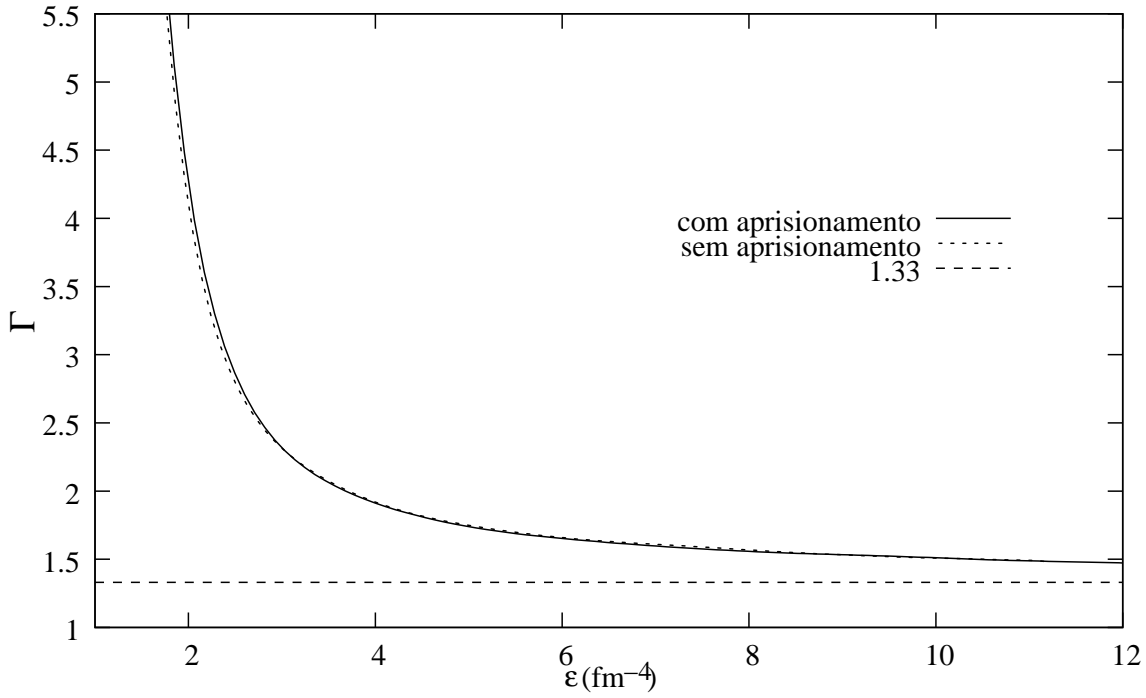


Figura 5.12: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

Na figura (5.12), vemos que fica mais evidente o comportamento idêntico para as duas estrelas.

5.1.3 Estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$, com e sem aprisionamento de neutrinos.

Novamente plotamos os valores dos índices adiabáticos e densidades, afim de comparar os comportamentos de estrelas com e sem o aprisionamento de elétrons. Isso pode ser visto no gráfico da figura (5.13), abaixo:

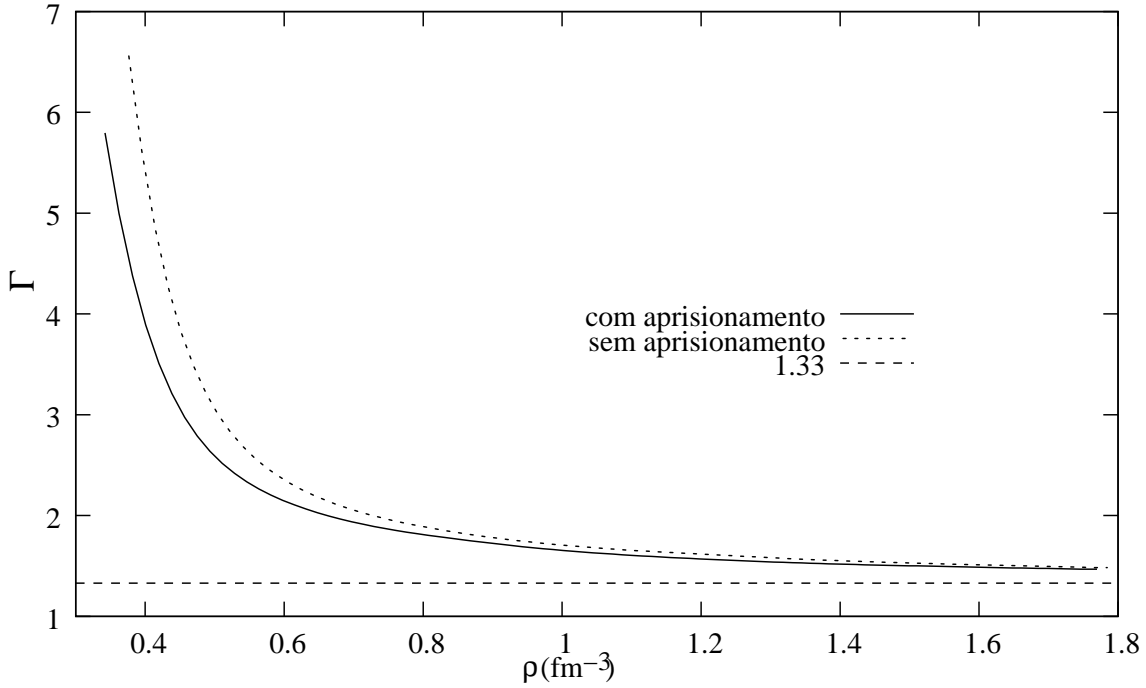


Figura 5.13: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à densidade para uma estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

Aqui também é possível perceber como as curvas se comportam de forma semelhante, com uma suave queda até um valor constante. E abaixo, vemos no gráfico da figura (5.14), o comportamento do índice adiabático com relação à densidade de energia para uma estrela com e sem aprisionamento de neutrinos, para o valor $S = 2 k_B/\text{bárion}$ de entropia. Aqui, por fim, comprovamos a equivalência dos comportamentos previamente apresentados para os demais valores de entropia.

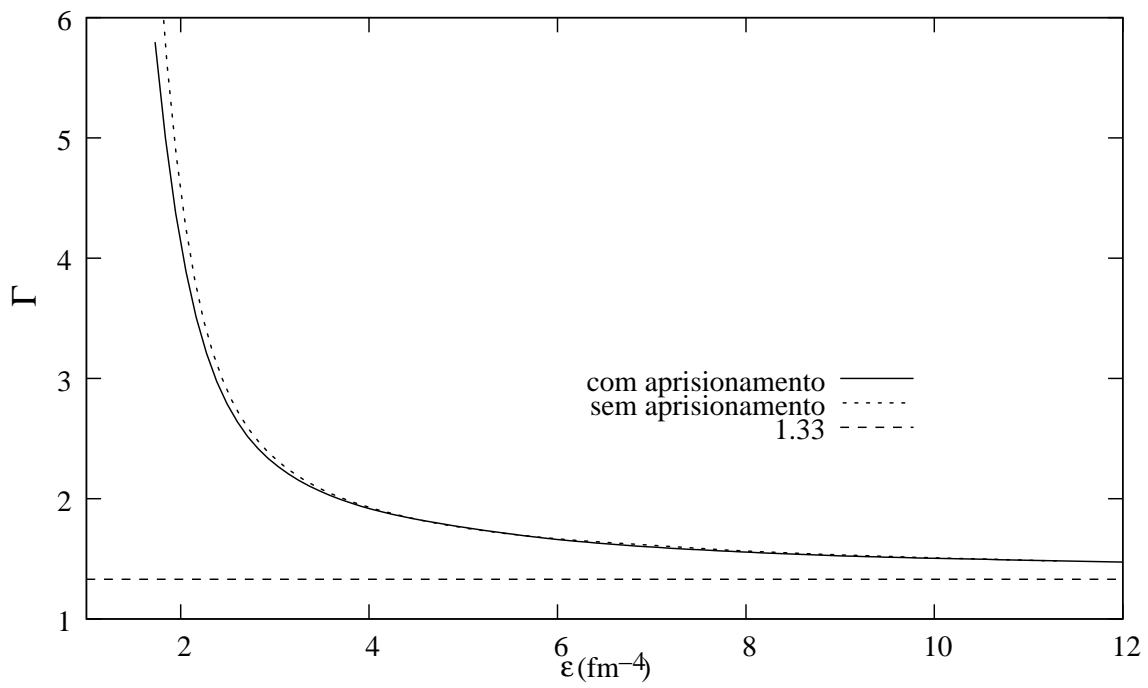


Figura 5.14: Comparação entre os índices adiabáticos com relação à energia interna para estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$ com e sem aprisionamento.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.

Nesse trabalho calculamos os índices adiabáticos de estrelas de nêutrons com matéria hadrônica e quarkiônica.

No capítulo de introdução fizemos uma breve apresentação das motivações para o estudo das estrelas de nêutrons e das diversas correntes conhecidas para tanto, também comentamos nossos objetivos com esse trabalho.

No segundo capítulo explanamos sobre a criação de estrelas de nêutrons a partir de explosões de supernovas e seus processos evolutivos. Além disso, apresentamos os modelos que usamos nesse trabalho, sendo eles o hadrônico e o de sacola do *MIT*. Também apresentamos, nesse capítulo, as condições necessárias para o estabelecimento do equilíbrio hidrostático, como a estabilidade beta e o equilíbrio químico.

O terceiro capítulo se refere ao objetivo principal desse trabalho, que é o cálculo dos índices adiabáticos de estrelas constituídas ou por matéria hadrônica ou por matéria quarkiônica. Para tanto, apresentamos a dedução termodinâmica clássica do índice adiabático, com suas relações entre os calores específicos a volume e a pressão constante. Por fim, apresentamos a equação utilizada em nossos cálculos.

No quarto e quinto capítulos apresentamos os resultados de nosso trabalho. Neles, encontramos os gráficos das equações de estado, além daqueles para temperaturas, frações de partículas e índices adiabáticos como função da densidade. Neles também, podem ser encontrados os gráficos dos índices adiabáticos como função das densidades de energia. Cada um desses resultados se refere a duas condições para a matéria estelar, com e sem aprisionamento de neutrinos, e a três valores de entropia, sendo eles $S = 0, 1, 2 k_B/\text{bárion}$.

Nossas conclusões partem dos gráficos construídos a partir dos resultados encontrados com nossos cálculos. Para as estrelas compostas por matéria hadrônica vemos que, os comportamentos das equações de estado, para os dois casos considerados, são muito parecidos.

Ao analisar o gráfico das temperaturas como função das densidade, vemos que este se divide entre estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{bárion}$, que são mais frias e estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{bárion}$, que tendem a ser mais quentes.

Quando analisamos os gráficos para as frações de partículas como função das densidades, notamos que, para as estrelas com aprisionamento de neutrinos, o octeto bariônico só se mostra completo para os valores $S = 1, 2 k_B/\text{bárion}$ de entropia.

Isso não acontece quando voltamos nossa atenção para as estrelas que não aprisionam

neutrinos. Aqui, o octeto bariônico aparece completo para todos os valores considerados de entropia, sendo $S = 0, 1, 2 k_B/\text{báron}$. Ainda para as estrelas hadrônicas, a partícula μ^- só surge para os casos sem aprisionamento de neutrinos. Já o neutrino do múon ν_{μ^-} , em nenhum caso se faz presente.

Com os gráficos gerados para expressar os comportamentos dos índices adiabáticos Γ , notamos que as curvas dos casos sem aprisionamento variavam menos. Isso reafirma a idéia de que o período de perda de neutrinos é um estágio de transição de uma fase mais instável para outra mais estável e é sugerido pelos gráfico do índice adiabático em função das densidades de energia.

Realizamos as mesmas análises para as estrelas compostas por matéria quarkônica, e notamos um comportamento diferente no primeiro gráfico. As equações de estado para os dois casos considerados e para os três valores de entropia possuem exatamente a mesma forma. Talvez isso possa ser explicado pela ausência da formação de novas partículas, o que manteria a estabilidade da estrela.

Da mesma forma como aconteceu com as estrelas hadrônicas, o gráfico das temperaturas como função das densidades também se divide entre estrelas com entropia $S = 1 k_B/\text{báron}$, mais frias e estrelas com entropia $S = 2 k_B/\text{báron}$, mais quentes. E também há uma subdivisão entre os casos com e sem aprisionamento de neutrinos, onde o primeiro também possui curvas mais suaves.

Na seção que trata das frações de partículas notamos que os comportamentos são bastante similares para os três valores de entropia, quase idênticos. As participações das partículas u, d, s, e^- e ν_e^- tendem, em todos os casos, para valores constantes.

As estrelas que não aprisionam neutrinos apresentam gráficos também similares entre si para os três valores de entropia, porém diferentes do caso anterior. Aqui, devido à ausência dos neutrinos e para manter as condições de equilíbrio, a fração de elétrons cai rapidamente, chegando a valores quase insignificantes. Isso mostra que em seu interior, essas estrelas são formadas apenas pelos quarks u, d e s .

Os índices adiabáticos decaem rapidamente nos dois casos estudados e para os três valores de entropia atribuídos, atingindo o valores próximos ao estabelecido para uma configuração hidrostática estável. Isso também é visto nos gráfico do índice adiabático em função das densidades de energia consideradas.

Para o futuro pretendemos continuar nossos estudos na área, abrangendo estrelas híbridas, objetos que apresentam uma formação mista, com quarks desconfinados em seu interior, hádrons nas camadas mais externas e entre essas duas, uma matéria em transição de fase [4]. Ainda é possível, para o futuro, a implementação do cálculo do tempo de relaxação e da viscosidade inerentes às estrelas de nêutrons em rotação.

REFERÊNCIAS

- [1] Chung K.C., **Vamos Falar de Estrelas?**. Rio de Janeiro, [s.n.], (2000).
- [2] Glendenning N. K., **Compact Stars**. Springer-Verlag: New-York, (2000).
- [3] Machleidt R., Nucl. Phys. A, 689, 11-22 (2001).
- [4] Camenzind M., **Compact Objects in Astrophysics. White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes..** Springer-Verlag: Berlin, (2007).
- [5] Burrows A., Lattimer J.M., The Astrophysical Journal, 307:178-196 (1986).
- [6] Taurines A.R., Vasconcelos C.A.Z., Malheiro M., Chiapparini M. Phys. Rev. C 63, 065801 (2001).
- [7] Menezes D.P., Providência C. Phys. Rev. C 69, 045801 (2004).
- [8] Shapiro S.T., Teukolsky S.A., **Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. The physics of Compact Objects**. Springer: Cornell University, Ithaca, New York.
- [9] Hewish A., Bell S.J., Pilkington J.D.H., Scott P.F., Collins R.A., Nature 217 (1968) 709.
- [10] Shu F.H., **The Physical Universe: An Introduction to Astronomy..** Sausalito University Science c, (1982).
- [11] Santos A.M.S., Menezes D.P., Phys. Rev. C 69, 045803 (2004).
- [12] Espíndola A. L., Menezes D. P., Phys. Rev. C 65, 045803 (2002).
- [13] Chung K.C., **Introdução à Física Nuclear**. Rio de Janeiro: Editora da Universidade Estadual do Rio de Janeiro, (2001).
- [14] Griffiths D., **Introduction to Elementary Particles**. John Wiley and Sons: New-York, (1987).
- [15] Knorren R., Prakash M., Ellis P.J., Phys. Rev. C 52, 3470 (1995).
- [16] Pons J.A., Reddy S., Prakash M., Lattimer J.M., Miralles J.A., The Astrophysical Journal, 530:780-804 (1999).

- [17] Cavagnoli R. *A importância dos mésons estranhos nas propriedades das estrelas de nêutrons*. Dissertação (Mestrado em Física), Universidade Federal de Santa Catarina, (2005).
- [18] Santos A.M.S. *Equações de estado hadrônicas a temperaturas finitas e suas aplicações*. Tese (Doutorado em Física), Universidade Federal de Santa Catarina, (2004).
- [19] Bodmer A.R., Phys.Rev. D. 4, 1601 (1971).
- [20] Witten E., Phys.Rev. D. 30, 272 (1984).
- [21] Alcock C., Farhi E., Olinto A., Astrophys. J., 310, 261, (1986).
- [22] Menezes D.P., **Introdução à Física Nuclear e de Partículas Elementares**, Florianópolis: Editora de Universidade Federal de Santa Catarina, (2002).
- [23] Chodos A., Jaffe R.L., Johnson K., Thorn C.B., Weisskopf V., Phys. Rev. D 9, 12 (1974).
- [24] Menezes D.P., Providência C., Melrose D.B., J.Phys. G:Nucl. Part. Phys. 32,1081-1095 (2006).
- [25] Jacobsen R. B. *Plasmas de Quarks e Glúons no Interior de Estrelas de Nêutrons*. Dissertação (Mestrado em Física), Instituto de Física Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2007).
- [26] Osni M., Przysieznia H., Pearson, J.M., Phys. Rev. C. 50, 1 (1994).
- [27] Benvenuto O.G., Civitarese O., Reboiro, M., Phys. Rev. C. 47, 5 (1993).
- [28] Hansen C.J., Kawaler S.D. **Stellar Interiors: physical principles, structure, and evolution**, Springer-Verlag: New York, (1994).
- [29] Pal S., Hanauske M., Zakout I., Stöcker H., Greiner W., Phys. Rev. C 60, 015802 (1999).